

PISNE NALOGE – 4. letnik – šolsko leto 2004/05



- Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{4n+1}{6n-1}$.
 - Izračunaj limito zaporedja. (Zapiši vsa pravila, ki si jih uporabil-a.)
 - Izračunaj od katerega člena dalje, so vsi členi zaporedja v ε -okolici limite, če je $\varepsilon = \frac{1}{3}$.
- Dana je vrsta $\frac{1}{x} + 1 + x + x^2 + \dots$
 - Za katera realna števila x je vrsta konvergentna ?
 - Reši enačbo: $\frac{1}{x} + 1 + x + x^2 + \dots = -\frac{4}{3}$.
- Kdaj je zaporedje aritmetično? Zapiši splošni člen aritmetičnega zaporedja in obrazec za vsoto prvih n -členov aritmetičnega zaporedja. Oba obrazca opiši. Kako izračunamo aritmetično sredino števil x in y ?
- V posodi imamo 10 rdečih, 8 modrih in 7 zelenih različno velikih kroglic. Na koliko načinov lahko hkrati izvlečemo 5 kroglic, če
 - ne smemo izvleči modre kroglice,
 - izvlečemo natanko dve rdeči kroglici,
 - izvlečemo vsaj 3 zelene kroglice?
- Z listki, na katerih so zapisane cifre 1,2,3,4,5,6 sestavljamo 4-mestno število. Koliko je
 - vseh možnih tako dobljenih števil,
 - števil, ki vsebujejo cifro 3,
 - števil, kjer 1 in 2 ne stojita skupaj?
- Iz črk besede STANOVANJE sestavljamo nove besede. Koliko besed
 - se začne z NN,
 - se začne z NN in konča z AA,
 - začne z NN ali konča z AA ?



1. Vsi učenci razreda obiskujejo krožke: dramskega 18, matematičnega 12 in likovnega 16 učencev. Dramski in matematični krožek obiskuje 9 učencev, dramski in likovni 6 učencev, matematični in likovni krožek obiskuje 7 učencev. V vseh treh krožkih pa sodelujejo trije učenci. Slučajno izberemo enega učenca. Kolikšna je verjetnost, da
 - a) izbrani učenec obiskuje samo dramski krožek,
 - b) izbrani učenec obiskuje dramski ali likovni, pa ne matematični krožek ?
2. Reši enačbo: $-1 + 2 + 5 + \dots + x = 186$ (seštevamo člene aritmetičnega zaporedja).
3. Iz števk 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 naključno sestavljamo štirimestna števila. Koliko števil
 - a) je manjših od 5000, če se števke lahko ponavljajo,
 - b) ima na začetku in koncu liho števko, če se števke ne smejo ponavljati,
 - c) ima vsako naslednjo števko manjšo od prejšnje ?
4. V posodi imamo 800 listkov, na katerih so zapisana naravna števila od 1 do 800. Slučajno potegnemo ven en listek. Kolikšna je verjetnost, da
 - a) bo na njem večkratnik števila 11 ali 7 ,
 - b) ne potegnemo večkratnik števila 19 ?
5. Določi x tako, da bo peti člen v razvoju $\left(4x - \frac{1}{2x^2}\right)^8$ enak 70.
Definiraj binomski simbol in zapiši lastnosti binomskih simbolov. Razloži Pascalov trikotnik.
6. V škatli je pet rdečih, tri zelene in štiri bele kroglice različnih velikosti. Na koliko načinov lahko izberemo
 - a) pet kroglic tako, da bodo tri bele in dve rdeči ,
 - b) tri kroglice, od katerih naj bo vsaj ena rdeča.



1. Določi a tako, da bo -1 ničla polinoma $p(x) = x^3 + a x^2 - x + 1$, določi drugi dve ničli in nariši graf.
2. Reši enačbo: $7 \cdot 2^{x-3} + 4 \cdot 3^{x-2} = 3^x - 2^x$
3. Nariši graf funkcije $y = |2x^2 + 6x + 4|$
4. Dva učenca pišeta test. Verjetnosti, da bosta dobila oceno pet sta $0{,}8$ in $0{,}6$.
Kolikšna je verjetnost:
a) da je natanko eden pisal odlično
b) da je drugi učenec dobil petico, če vemo, da je natanko en učenec pisal odlično?
5. Nariši graf funkcije $f(x) = \log_3(x-1) - 1$. Izračunaj presečišča s koordinatnima osema ter določi definicijsko območje.
6. Imamo dve posodi. V prvi so 4 zelene in 6 rumenih kroglic, v drugi pa 3 zelene in 5 rumenih kroglic. Iz vsake posode na slepo izberemo dve kroglici. Kolikšna je verjetnost
a) da je vsaj ena kroglica zelena,
b) da so vse izbrane kroglice enakih barv?
7. Reši neenačbo: $x + \frac{7x+4}{x^2-4} < \frac{2}{x-2}$
8. Računsko in grafično določi presečišča grafov funkcij $f(x) = -2x - 1$ in $g(x) = -x^{-1}$.
9. Določi a tako, da bo točka $T(2, -3)$ ležala na premici $a - 2 - 3ay = (2a - 1)x$, nato pa enačbo premice zapiši v vseh treh oblikah.
10. Kaj je rešitev enačbe? Kdaj sta dve enačbi ekvivalentni? Opišite postopke, ki dano enačbo prevedejo v ekvivalentno enačbo.
11. Definiraj racionalno funkcijo. Kaj je ničla in kaj pol racionalne funkcije? Kako se obnaša graf racionalne funkcije daleč od izhodišča? Kako se graf racionalne funkcije obnaša v bližini pola?



1. Izračunaj limite:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 - 5x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^4 - 5x - 6}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 3x} =$

2. Dana je funkcija $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$. Izračunaj odvod funkcije f .

Zapiši enačbo tangente na graf funkcije v točki $T(1, y)$. Kolikšen je njen naklonski kot ?

3. Odvajaj po definiciji funkcijo $f(x) = x^5$. Binomski izrek, ki si ga uporabil(a), zapiši tudi v splošni obliki.

4. Reši enačbi:

a) $2^{x(x-2)} \cdot 4^{x-2} \cdot 0,5^{x+2} = 1$

b) $2^{3x-2} - 2^{3x-3} - 2^{3x-4} = 4$.

5. Reši enačbo:

a) $\log(15 - 3x) - \log x = \log(x - 1)$

b) $\log x^2 + \frac{1}{\log x} = 3$

6. Nariši graf funkcije $f(x) = 2 \sin(3x - \pi) + 1$. Zapiši njene lastnosti.

7. Zapiši enačbo hiperbole, ki ima gorišči $G_1(0, 10)$ in $G_2(0, -10)$, če veš, da je ena od asimptot premica $y = \frac{4}{3}x$.

8. Določi število a tako, da bo funkcija $y = \begin{cases} x^{-2}; & x < -1 \\ -ax + 1; & x \geq -1 \end{cases}$ zvezna in jo nariši.

9. V nekem podjetju je zaposlenih 15 kemikov in 10 fizikov. Na koliko načinov lahko sestavimo štiričlansko komisijo, če:

a) morata biti v komisiji 2 kemika in 2 fizika,

b) mora biti v komisiji vsaj 1 fizik.

10. Naj bo $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ in $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Izračunaj $\sin 2\alpha$ in $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha)$.



1. Odvajaj funkcije: $y = \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x}}$; $y = \ln(\arcsin x)^2$; $y = x^2 e^{\frac{x}{2}}$.
2. Določi ekstreme funkcije $y = \frac{1 + \ln x}{x}$.
3. Med tangentami na graf funkcije $y = (x - 1)^3 + 1$ poišči tiste, ki so vzporedne premici $3x - y - 1 = 0$.
4. Določi enačbo normale na graf funkcije $f(x) = (x - 1)(x^2 + 3)$ v presečišču z abscisno osjo in določi kot med krivuljo in ordinatno osjo.
5. Nariši graf funkcije $y = \frac{2(x-1)^2}{x^2}$ tako, da določiš ničle, pole, asimptoto, ekstremne vrednosti.
6. Napiši pravila za odvod produkta dveh funkcij, produkta funkcije s številom, kompozituma in odvode kotnih funkcij. Po definiciji odvajaj funkcijo $f(x) = -2x^2 + 3x$.
7. Na listkih imamo zapisane črke O,T,O,R,I,N,O,L,A,R,I,N,G,O,L,O,G,I,N,J,A.
 - a) Izberemo en listek. Kolikšna je verjetnost, da smo izbrali črko O?
 - b) Izberemo dva listka hkrati. Kolikšna je verjetnost, da je na enem soglasnik, na drugem pa samoglasnik?
 - c) Izberemo tri listke zapored. Kolikšna je verjetnost, da smo izbrali same N, če listkov ne vračamo?
8. Določi enačbo
 - a) krožnice, če sta $A(-2,3)$ in $B(4,-1)$ krajišči njenega premera
 - b) eksponentne funkcije, katere graf gre skozi točko $A(-2,9)$.
9. Definiraj absolutno vrednost kompleksnega števila in zapiši njene lastnosti.



1. Zapiši enačbo tangente na krivuljo $4x^2 + y^2 = 25$ v točki $A(2, y < 0)$.
2. Izračunaj največjo in najmanjšo vrednost funkcije $y = x^4 + 2x^2 - 8x - 5$ na intervalu $[-2, 0]$.
3. Izračunaj stacionarne točke, intervale naraščanja-padanja in nariši graf funkcije
$$f(x) = \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2}.$$
4. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta grafa $y = 3 - 2x$ in $y = -x^2 + 2x + 3$ ter nariši sliko.
5. Izračunaj nedoločena integrala:

a) $\int \frac{\sin x}{3 \cos x + 2} dx$

b) $\int \frac{3\sqrt[5]{x^3} - 4\sqrt[3]{x^4}}{x} dx$