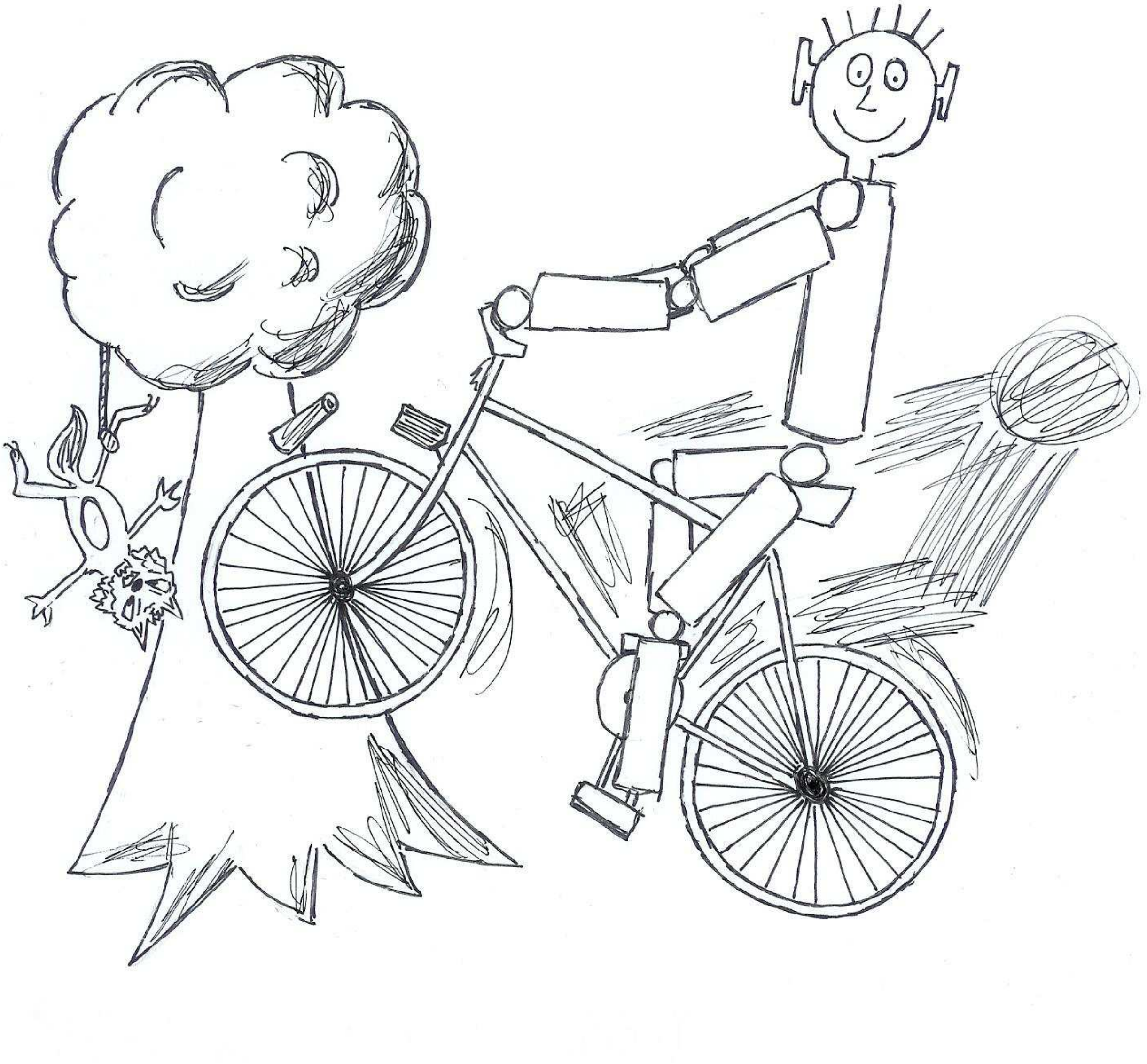
MATEMATIK NA KOLESU

ŠTEVILKA : 1 , LETNIK : I



(PAZI VOLKA NA DREVESU)

KAZALO

KAZALO 2
UVODNIK 1 3
UVODNIK 2 4

EVKLID 5
ARHIMED 6
RIMSKA ŠTEVILA 8

LEONARDO FIBONACCI 9
ZLATI REZ 11

JURIJ VEGA 17
CARL FRIEDERICH GAUSS 19

TEORIJA KAOSA 22

ZGODOVINA VERJETNOSTNEGA RAČUNA 24
VERJETNOST PRI TAROKU 28

POHVALNO 29

ZABAVNA MATEMATIKA 30
ANEKDOTA 31
OJ, SINUS® 32
LINEARNA FUNKCIJA 33
NAŠE DELO PRI MATEMATIKI 34
MATEMATIKA SKOZI MOJE ŽIVLJENJE 35
MATEMATIČNI VICI 36
O MATEMATIKI 39
O UČENJU IN POUČEVANJU MATEMATIKE 39
DEVETERKA 40
OSMEROSMERKA 41

Μαλακαs – V DEŽELI VROČEGA SONCA 42

STRIP 45

TEKMOVANJE IZ LOGIKE 47
MATEMATIČNO TEKMOVANJE 48
EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU (17. 3. 2005) 48
IZBIRNO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE (30. 3. 2005) 52
DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE (16. 4. 2005) 53

PISNE NALOGE - 1. letnik - šolsko leto 2003/04 54
PISNE NALOGE - 2. letnik - šolsko leto 2003/04 58
PISNE NALOGE - 3. letnik - šolsko leto 2003/04 61
PISNE NALOGE - 4. letnik - šolsko leto 2003/04 64

IZHODNIK 68
NAGRADNA IGRA 69

UVODNIK 1

Dragi bralci! Ponosno vam oznanjam, da je pred vami prvi izvod revije Matematik na kolesu. Ob tem se boste verjetno vprašali, kaj je vzrok, da medtem, ko za večino dijakov matematika predstavlja pravo moro, nekateri prav temu predmetu posvečamo svoj prosti čas in matematiki na čast celo izdamo revijo. Je prišlo zgolj do kratkega stika v naših možganih, ali matematika v sebi resnično skriva nekaj izredno zanimivega in privlačnega, česar pa vi, ki ne cenite matematike tako kot mi, ne morete odkriti? Prav slednje želimo mi, ki imamo matematiko radi, dokazati v naši reviji. Poleg tega pa verjamemo, da so tudi za vas vrata v čudoviti svet matematike še vedno odprta. V vsakem od nas se namreč skriva matematik, potrebno ga je le zbezati na plano. To pravzaprav simbolizira že naslov revije, ki predstavlja matematika, kot povsem normalnega človeka, ki se lahko celo vozi s kolesom (simbolni pomen volka na drevesu predstavlja profesorje matematike, ki prežijo na tistega malega matematika v vsakem osebku, prežijo nanj in ga s slabimi ocenami potiskajo tja daleč notri v duševnost posameznika, kar pa seveda še ne pomeni, da so vse »matarce« volkovi, ne razumite narobe simbola). Sedaj imate torej edinstveno priložnost, da ob branju zanimivih člankov o različnih matematičnih problemih, znanih matematikih in z matematiko povezanih dogodkih, ter ob reševanju zapletenih matematičnih nalog, tudi sami vzljubite matematiko. Prepričani smo, da boste kmalu tudi vi večino prostega časa namenjali razmišljanju o matematiki in reševanju matematičnih problemov. Če pa tega cilja naša revija slučajno vendarle ne bo dosegla, želimo, da bi se ob branju vsaj malo zabavali, čemur smo namenili tudi nekaj zabavnejših vsebin, kot so matematični vici in stripi. Tudi nagradna igra je tu zaradi vas, da pokažete več entuziazma in si s tem priborite skrivno nagrado. Z matematikom na kolesu v svet.

Aleksander Kranjc, 3.b

UVODNIK 2

Misel, da bi imeli na šoli matematično revijo, me preganja že kar nekaj časa. Ko sem se odločila, da se o tej svoji preganjavici skušam pogovarjati z vami, me je bilo kar malo »strah«. Česa?
Vaših vprašanj: »Zakaj le?«, »Le kdo bo pa to bral?« ... Vaše nezainteresiranosti: »Kot da nimam pametnejšega dela!«, »Pa kaj še!«, ... Vaših posmehljivih pogledov: »Kaj si je pa zdaj zmislila?«, »Ne mi težit!« ...

No, vaši odzivi res niso bili navdušujoči (razen redkih izjem). Ne bom jih opisovala, saj se dobro poznate. Žarek upanja so mi vlivali posamezniki, ki so bili ideji naklonjeni. Sicer pa za vsako idejo na začetku stoji peščica, ki navdušuje ostale.

Ob pogovorih v razredih so se izoblikovala tri vprašanja:
1. Zakaj bi sploh imeli na šoli svojo matematično revijo?
2. Kaj naj bi v tej reviji sploh objavljali?
3. Kakšno uporabno vrednost naj bi revija imela?

Če se lotimo prvega vprašanja. Najpreprostejši odgovor je verjetno: »Ja, zakaj pa je ne bi imeli?« Če obstajajo šolski časopisi, če obstajajo šolske literarne revije, zakaj pa ne bi obstajala šolska matematična revija? Številni »veliki« matematiki primerjajo lepote matematike z lepotami glasbe, poezije, slikarstva, kiparstva. B. Russell je zapisal: »Matematika, če jo pravilno razumemo, posreduje ne le resnico, temveč tudi največjo lepoto: tisto hladno, trpko lepoto, ki jo srečamo v kiparski umetnosti, brez spogledovanja s katerokoli od slabih strani naše narave, brez bleščečih zunanjih učinkov, lastnih slikarstvu ali glasbi, in vendarle čisto in tako strogo popolno lepoto, kot nam jo lahko predstavi le največja umetnost.« Ne glede na to, kaj si kdo misli, je matematika vredna tudi vaše pozornosti.

Prepričana sem, da ima večina na šoli matematiko prav rada; ostali, ki manjkate do večine (manjšina), pa jo »prenašate« kot nujno zlo. Med urami matematike se srečamo s toliko zanimivimi razmišljanji, da bi bila huda škoda, če jih ne bi vsaj nekaj zapisali. Ne mislim samo na dobre ideje, ki se porajajo pri reševanju matematičnih problemov, mislim predvsem tudi na vse vaše duhovite pripombe in šale na račun matematike in nas, učiteljev. Naredili ste veliko dobrih referatov o zgodovini matematike, prostovoljno ste rešili veliko matematičnih nalog, radi pridete na vsa matematična tekmovanja, na šoli imamo veliko dobrih matematikov. Torej, niti najmanjšega razloga ni, da ne bi o vsem tem tudi pisali v naši reviji.

No, kaj pa uporabna vrednost revije? Če boste vi avtorji člankov (o matematiki), sem prepričana, da bo na šoli tudi veliko bralcev. Vsako leto bo verjetno več novih navdušencev nad matematiko in več dobrih člankov. Lahko si pomagamo. Tisti, ki vidimo v matematiki še kaj več kot zatežen šolski predmet, prepričujmo tiste, ki še niso »spregledali«. Naloga sigurno ni lahka. Vendar G. Polya je nekoč dejal: »Reševanje sleherne enostavne, toda ne povsem tipične matematične naloge zahteva določen napor in vam daje zmagoslavje ob odkritju.« To sigurno velja za reševanje kateregakoli problema, ki ga srečamo v življenju.

Nives Mihelič Erbežnik

EVKLID

Grški matematik Evklid kot osebnost ostaja skrivnost. Ni znano, kje se je rodil, ne kje je umrl. Predvidevajo, da se je šolal v Atenah, nato pa sta ga knjižnica in univerza Muzej v Aleksandriji tako prevzela, da je tam nadaljeval svoje raziskovanje.

Njegovo ime je neločljivo povezano z geometrijo, za katero je napisal učbenik Elementi, ki je z nekaj spremembami veljaven še danes.

A vendar si Evklid ni pridobil svojega matematičnega slovesa s svojimi lastnimi raziskavami, temveč z zbiranjem matematičnega znanja dveh stoletij in pol. Le-tega je strnil v eno samo delo. Za izhodišče je sestavil skupine aksiomov, ki zbujajo občudovanje s svojo jedrnatostjo in prefinjenostjo. Za njimi je nanizal izrek za izrekom, ki skoraj ne dopuščajo izboljšav. Edini izrek, ki mu ga brez dvoma pripisujejo, je dokaz, ki ga je podal za Pitagorov izrek. S tem, da je gledal na sončne žarke kot na premice, je vključil v geometrijo tudi optiko.

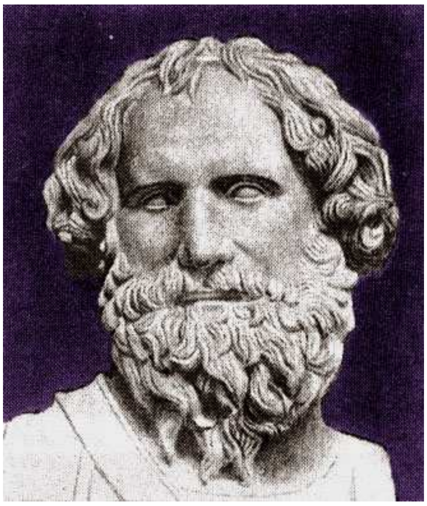
Čeprav je večji del njegove stvaritve posvečen geometriji, se je ukvarjal tudi z razmerji in razsežnostmi ter danes tako imenovano teorijo števil. Njemu pripada tudi izrek, da je neskončno praštevil. Dokazal je tudi, da kvadratni koren ni racionalno število. (To je prvi opazil že Pitagora s svojimi učenci.)

Seveda Evklid ni zaobjel niti vse grške matematike niti vse grške geometrije. Grška matematika je živela še dolgo po Evklidu in se obogatila z dognanji mož, kot sta Apolonij in Arhimed.

Poznamo Evklidov izrek: »Kvadrat katete je enak produktu hipotenuze in pravokotne projekcije katete na hipotenuzo.«

Mojca Repovž, 4.b

ARHIMED



Rodil se je 287 pr. n. št. na Siciliji, v pristaniškem grškem mestu Sirakuze. Odraščal je v družini izobražencev. Njegov oče je bil znani astronom, ki je preučeval razdalje med Zemljo, Soncem in Luno. Ravno oče je pripomogel k njegovemu izobraževanju; v zgodnjih letih mu je priskrbel učitelja. Arhimed je hitro razvil svoje sposobnosti. Ljubil je matematiko in znanost, poleg tega pa je rad bral Homerjeve pesmi in Ezopove basni.

Učenje in računanje nista bili dejavnosti za vsakogar, Arhimeda pa sta obe zelo veselili. Pri pisanju so takrat uporabljali lesene palice, s katerimi so risali po tleh, ali pa so zarezovali z nožem v lesene deske. Peščeno plažo je mladi Arhimed uporabljal kot računski zvezek. Ko si je zamislil problem, je stekel na plažo in tam veselo preračunaval. Bil je zelo radoveden in željan pustolovščin. Čas je preživljal tudi v pristanišču, kjer je izvedel za Egipt in mesto Aleksandrijo, kjer se je nahajala knjižnica z več kot 700.000 knjigami. Tam je poučeval tudi oče geometrije, Evklid, ki je svet razdelil na točke, linije, površine, kote in podobne osnovne elemente. Egipt je malega Arhimeda zelo privlačil. Ko mu je bilo 11 let, se je z denarno pomočjo kralja Hierona II. vkrcal na ladjo za Egipt. Tam je pajdašil in se učil z Evklidovim učencem Kononom, Evklid je bil takrat že mrtev. Skupaj sta premlevala veliko zapletenih vprašanj, si ogledovala igre, poslušala glasbo in potovala. Arhimedovo znanje je naraščalo.

Arhimed je dolgo živel v Egiptu. V suhi deželi je v sušnem obdobju opazoval kmete, kako so s težavo prenašali vodo za namakanje. Nekega dne je zagledal morsko školjko, na kateri so bile spiralaste linije. Po istem principu je sam skonstruiral vijak, Arhimedov vijak. To je spiralast tulec, ki pri dnu povleče vase vodo in ta se z vrtenjem ročke počasi preteka navzgor. S tem je kmetom olajšal delo.

Arhimed je natančno preučeval privlačne geometrične oblike in površine. Nekoč je celo splezal na tujo hišo, da bi preučil obliko okna, kar se je končalo z besnim preganjanjem lastnika. Izpeljal je veliko geometričnih teorij. V tistem času so mislili, da je obseg trikrat večji od premera kroga. Arhimed pa je bolj natančno izračunal vrednost števila π, med 3.1409 in 3.1429. Izračunal je tudi razmerje med valjem in vanj včrtano kroglo, to je 3 : 2.

Arhimed se je vrnil iz Egipta, ko je bil star 47 let. Postal kraljevi svetovalec. Nekoč je kralj naročil zlatarju, da mu izdela krono iz čistega zlata. Kralj je sumil, da mu je zlatar na skrivaj dodal nekaj srebra, zato je Arhimeda prosil, naj ugotovi, če je to res. Nekega dne se je šel kopat v toplice. Ko je lezel v kopel, se je zamislil nad brbotajočo vodo, ki je pljusknila iz bazena. V trenutku se mu je posvetilo in brez obleke je stekel nazaj domov in celo pot vpil : »Hevreka, Hevreka!« , kar pomeni: »Našel sem!« Kraljevo krono in kos zlata, z enako težo, je ločeno spustil v skledo vode. Izračunal je, koliko vode sta predmeta izrinila. Ker je kraljeva krona izrinila več vode, je vedel, da snovi nista enaki. Ugotovil je, da je v kraljevi kroni k zlatu primešana neka druga kovina.

Odkril je zakon vzvoda: **SILA × ROČICA SILE = BREME × ROČICA BREMENA**.

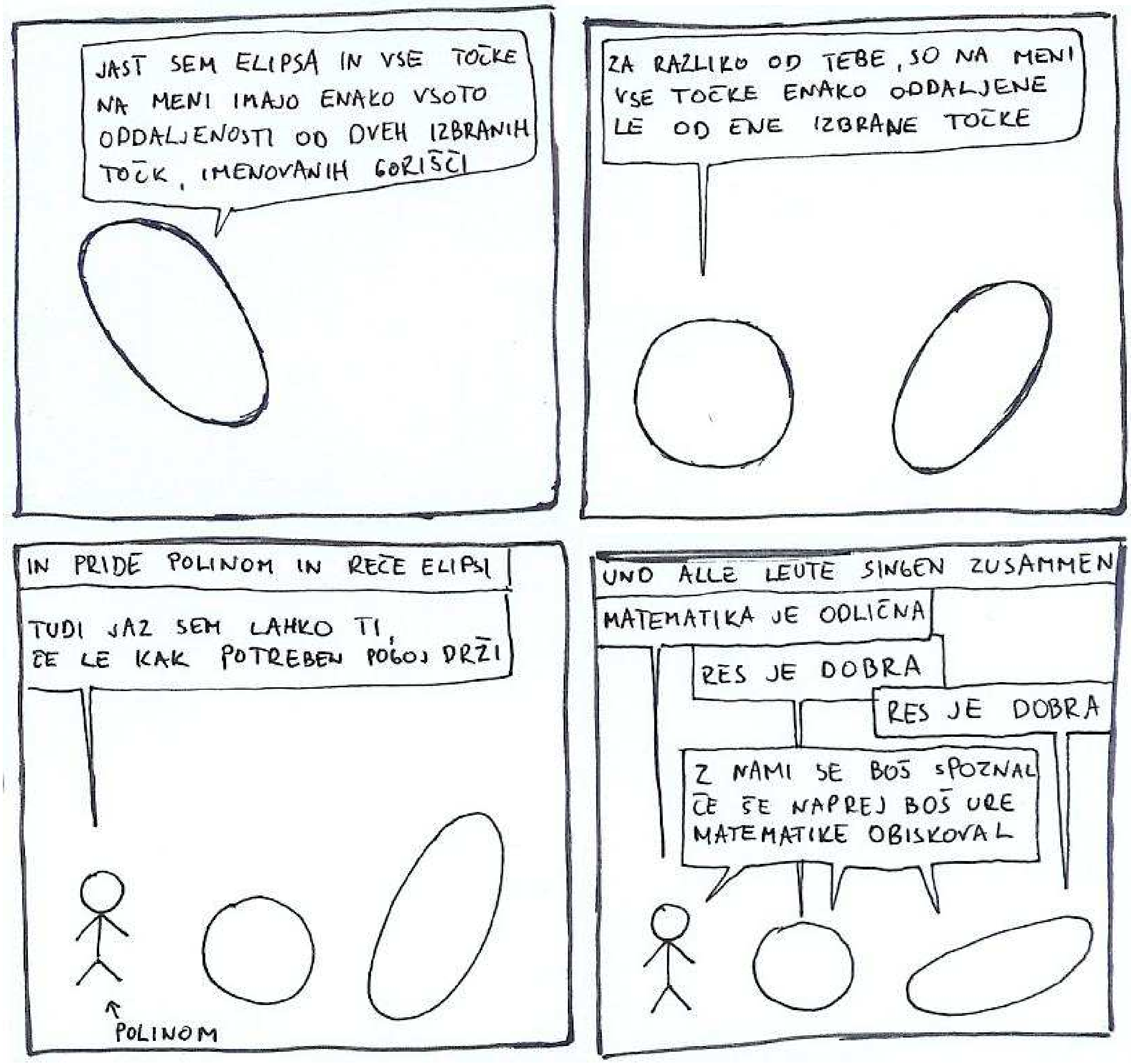
Kralju je dejal: »Daj mi trdno točko, na kateri lahko stojim, in premaknil bom zemljo.« Po načelu vzvoda je sestavil kompliciran škripec. Tako je kralj lahko z rahlim vrtenjem ročice izvlekel iz vode celo ladjo, polno blaga.

Izumil je katapult. To je naprava, ki je izstreljevala kamen za kamnom, in vrteči žerjav, ki je z železnimi kleščami lahko dvignil ladje v zrak.

Arhimed je umrl star 75 let. Rimski vojak ga je zabodel do smrti. Njegov grob leži v Sirakuzah.

Bil je velik matematik in fizik, saj je pustil svetu neizbrisan pečat. Veliko stvari se po njem uporablja še danes.

Aleksandra Nikolič, 3.f



RIMSKA ŠTEVILA

Rimljani so veliko trgovali in po iznajdbi pisave so potrebovali še način zapisa števil. Njihov sistem števílk je deloval kar nekaj stoletij. Ponekod se ga še vedno uporablja. Rimska števila tradicionalno uporabljamo za poimenovanje vladarjev in ladij, ki delijo isto ime (npr. Henrik VI.). Pogosta so tudi na urah in podobnih mehanizmih. Rimska števila načeloma še uporablja večina kultur. Največjo razliko med rimskimi in arabskimi števili predstavlja dejstvo, da Rimljani niso imeli znaka za številko 0.

I	Najlažji način za označevanje števil je tak, da za vsako številko postavimo eno črtico (I). Ta I naj bi prikazoval en prst - I torej pomeni 1, II dva, III tri. Vendar IIII za štiri ni več ravno najbolj priročno ...
V	Zato so Rimljani za število 5 uporabili znak V. V naj bi bila celotna roka (5 prstov). Če postavimo I pred V, pomeni, da se odšteje I (1). Če postavimo manjše število pred večje, pomeni, da od večjega odštejemo manjše. Naprej VI pomeni 6, VII sedem in VIII osem.
X	X pomeni 10. Kaj pa 9? Enak način kot prej. IX pomeni, da I odštejemo od X. Številke 9 - 39 sledijo prejšnjemu načinu odštevanja, le da postavimo več X -ov, če je to potrebno (X predstavlja desetice). Torej je XXXI 31 in XXIV 24. X prikazuje dve roki skupaj (10 prstov).
L	L pomeni 50. Če nekoliko priredite prejšnji sistem, lahko ugotovite, da XL pomeni 40, 10 odštejemo od 50. Zatorej so 60, 70 in 80 LX, LXX in LXXX. L je polovica C-ja, ki predstavlja 100.
C	C stoji za *centum*, latinsko 100. Še vedno uporabljamo besede, kot npr. "century" (stoletje). Sistem odštevanja nam pove, da 90 zapišemo kot XC. Kot pri X-ih in L-ih več C-jev pomeni več stotic. S tem pokažemo, koliko le-teh je, npr. CCCLXIX pomeni 369.
D	D je znak za 500. Kot ste zagotovo ugotovili, CD pomeni 400. Torej CDXLVIII pomeni 448. Črko D so nekako izvlekli iz črke M (tisoč), ker je 500 polovica od 1000.
M	M je 1000. Latinska beseda za tisoč je mille (millenium-tisočletje). Od tu so dobili črko M. V vsakdanjem življenju vidite veliko M-jev, ker lahko rimske številke uporabljamo v zapisu datuma. To leto pišemo MMIV- 2004.Toda Rimljani sami so pisali letnice po ustanovitvi prvotnega Rima, *ab urbe condita*, torej je sedaj leto 2757 ali drugače MMDCCLVII.

Večja števila so pisali na ta način, da so nad znaki narisali še horizontalno črto. Ta je pomenila, da moramo številko pomnožiti s tisoč.

Anja Rupret, 2.b

LEONARDO FIBONACCI

(Leonardo de Pisa)

Življenje

Leonardo Fibonacci je bil italijanski matematik rojen okoli leta 1170 v Pisi. Bil je sin mestnega pisarja in trgovca Guglielma Leonarda Bonaccia. Študiral je v pizanski trgovski koloniji Bugia v severni Afriki. Svoje študije je razširjal na študijskih potovanjih po Egiptu, Siriji, Grčiji, Siciliji in Provansi (v južni Franciji). Na poti je študiral indijske števke, arabske računske metode in različne številske sestave. S svojim pridobljenim znanjem je poskušal razširiti obstoječe znanje klasičnih grških matematikov (Evklid, Diofant). Umrl je okoli leta 1230.

Delo

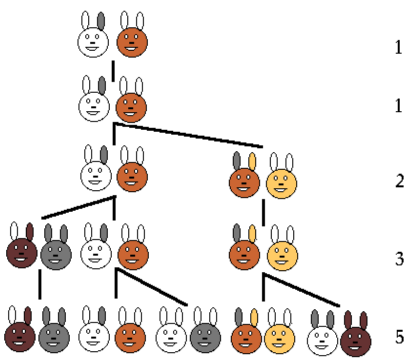
* Knjiga o računanju (Liber Abaci):
- v njej je zajel svoje aritmetično znanje, pridobljeno na študijskih potovanjih
- razložil je pomen in uporabo ničel (ničla prvič nastopi kot število)
- razprava o korenjenju in reševanju enačb
- Fibonaccijevo zaporedje
- predstavlja začetek evropske matematike.

* Praktična geometrija (Practica Geometriae):
- navedena so spoznanja in izreki, izpeljani iz Evklidovih del *Elementi* in *O delitvah* ter iz grške trigonometrije

* Cvet (Flos):
- piše o razvedrilni matematiki, teoriji števil, praktičnih problemih v poslovni matematiki in zemljemerstvu ter algebrskih problemih

* Knjiga kvadratov (Liber Quadratorum):

Fibonaccijevo zaporedje

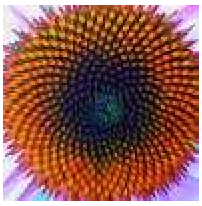


Fibonaccijevo zaporedje je zaporedje, ki ima prva dva člena znaka 1; vsak naslednji člen pa je vsota prejšnjih dveh členov. Fibonaccijeva števila: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …
Zaporedje v splošnem zapišemo:

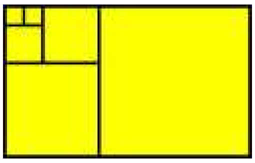
$$a_1 = 1,\quad a_2 = 1,\quad a_{n+2} = a_{n+1} + a_n,\quad n \in N\ .$$

Fibonacci to zaporedje prvič opiše pri opisu rasti določenega števila zajcev. (Glej nalogo v prispevku o zlatem rezu.)

Zaporedje se pogosto pojavlja tudi v naravi: pri čebelah, rastlinah – cvetlicah (število venčnih in cvetnih listov, število prašnikov ter semen, poganjki na steblu).



Stopnja rasti Fibonaccijevih števil konvergira k številu zlatega reza Φ.

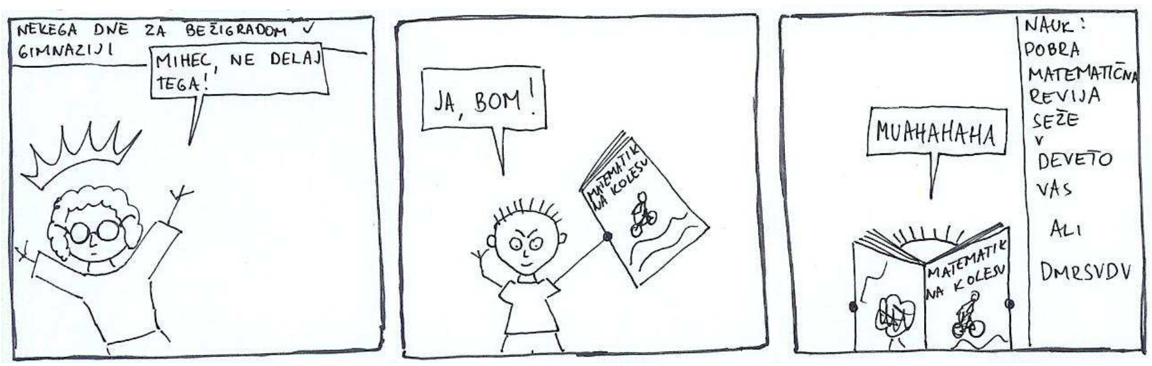


S sestavljanjem kvadratov se približujemo zlatemu rezu

Tanja Blagus, 4.b

P*rizma stokrat b****O***
L*ubadar misli da n****E***
T*rubar in tri* ***JE***

M*oje trpljenje*
A*dicijski izreki*
TA*ko gledam jaz*



ZLATI REZ

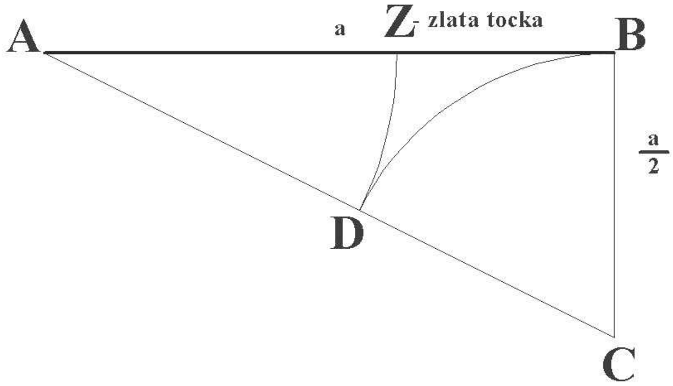
Pod navideznim kaosom vlada red. Ko so naši predniki odkrili število fi - Φ, so bili prepričani da so našli gradbeni temelj, na katerem je Bog zgradil naš svet.

Zlato razmerje

Eden največjih antičnih matematikov in predvsem geometrov, Evklid, je v svojih Elementih (V, 11. trditev) postavil problem, ki se glasi: »Dano daljico razdeli na dva neenaka dela tako, da bo ploščina pravokotnika, očrtanega nad celotno daljico z višino manjšega dela daljice enaka ploščini kvadrata, očrtanega na večjem delu daljice.«

Če daljico *AB* razdelimo s točko *Z* na dva dela tako, da je razmerje dolžin cele daljice in večjega odseka enako razmerju večjega in manjšega odseka, pravimo, da sta po dve omenjeni dolžini v stalnem sorazmerju oz. da smo daljico *AB* razdelili v zlatem rezu (sectio aurea).

Evklidova konstrukcijska rešitev privede do delitve dane daljice v razmerju zlatega reza. Dano daljico je razdelil na dva dela in ju poimenoval major (večji del – *AZ*) in minor (manjši del – *ZB*).



$|BC| = |DC| = \frac{a}{2}$.

$|AC| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ izračunamo s pomočjo Pitagorovega izreka.

$$|AZ| = |AD| = |AC| - |DC| = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}$$

$$|ZB| = |AB| - |AZ| = a - \frac{a(\sqrt{5}-1)}{2} = \frac{a(3-\sqrt{5})}{2}$$

$$\frac{|AB|}{|AZ|} = \frac{a}{\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \qquad \frac{|AZ|}{|ZB|} = \frac{\frac{a(\sqrt{5}-1)}{2}}{\frac{a(3-\sqrt{5})}{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{3-\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}-1)(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Torej : $\frac{|AB|}{|AZ|} = \frac{|AZ|}{|ZB|} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Število $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ imenujemo **zlato število**.

Prvih 1024 decimalk zlatega števila

Φ = 1,6180339887 4989484820 4586834365 6381177203 0917980576
2862135448 6227052604 6281890244 9707207204 1893911374
8475408807 5386891752 1266338622 2353693179 3180060766
7263544333 8908659593 9582905638 3226613199 2829026788
0675208766 8925017116 9620703222 1043216269 5486262963
1361443814 9758701220 3408058879 5445474924 6185695364
8644492410 4432077134 4947049565 8467885098 7433944221
2544877066 4780915884 6074998871 2400765217 0575179788
3416625624 9407589069 7040002812 1042762177 1117778053
1531714101 1704666599 1466979873 1761356006 7087480710
1317952368 9427521948 4353056783 0022878569 9782977834
7845878228 9110976250 0302696156 1700250464 3382437764
8610283831 2683303724 2926752631 1653392473 1671112115
8818638513 3162038400 5222165791 2866752946 5490681131
7159934323 5973494985 0904094762 1322298101 7261070596
1164562990 9816290555 2085247903 5240602017 2799747175
3427775927 7862561943 2082750513 1218156285 5122248093
9471234145 1702237358 0577278616 0086883829 5230459264
7878017889 9219902707 7690389532 1968198615 1437803149
9741106926 0886742962 2675756052 3172777520 3536139362
1076738937 6455606060 5921...

Lastnosti

Za količine rečemo, da so v razmerju zlatega reza, če je razmerje celote in večjega dela celote enako kot razmerje večjega in manjšega dela celote oziroma če velja:

$$\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}=\Phi$$

Ker je $\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}=1+\frac{b}{a}=1+\frac{1}{\frac{a}{b}}$, je $\Phi=1+\frac{1}{\Phi}=1+\frac{1}{1+\frac{1}{\Phi}}=1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\Phi}}=\ldots$

Natančno vrednost števila Φ lahko izračunamo tudi iz enačbe $\Phi=1+\frac{1}{\Phi}$. Če jo pomnožimo s Φ, dobimo kvadratno enačbo $\Phi^2-\Phi-1=0$, ki ima pozitivno rešitev $\Phi=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Potence zlatega števila

$\Phi^0 = 1$
$\Phi^1 = \Phi$
$\Phi^2 = \Phi + 1$
$\Phi^3 = \Phi^2\Phi = (\Phi+1)\Phi = \Phi^2 + \Phi = (\Phi+1) + \Phi = 2\Phi + 1$
$\Phi^4 = \Phi^3\Phi = (2\Phi+1)\Phi = 2\Phi^2 + \Phi = 2(\Phi+1) + \Phi = 3\Phi + 2$
$\Phi^5 = \Phi^4\Phi = ... = 5\Phi + 3$
$\Phi^6 = \Phi^5\Phi = ... = 8\Phi + 5$
...
...
...
$\Phi^n = a_n\Phi + b_n$

$a_0 = 0 \quad a_1 = 1 \quad a_2 = 1 \quad a_3 = 2 \quad a_4 = 3 \quad a_5 = 5 \quad a_6 = 8 \quad ...$
$b_0 = 1 \quad b_1 = 0 \quad b_2 = 1 \quad b_3 = 1 \quad b_4 = 2 \quad b_5 = 3 \quad b_6 = 5 \quad ...$

In tako dobimo zelo znano Fibonaccijevo zaporedje (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...), za katerega velja:
$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \, , \; n \in N$.

Fibonacci je do tega zaporedja prišel na zelo zanimiv način. Nekoč ga je zanimalo, kako hitro bi se lahko v idealnih okoliščinah razmnoževali zajci. Recimo, da imamo en par zajcev (samca in samico), ki bi se jima vsak mesec rodil nov par zajcev (eden ženskega in eden moškega spola). Čas, potreben za dosego reproduktivne sposobnosti, je pri zajcih dolg en mesec. Predpostavimo, da naši zajci nikoli ne umrejo; samica pa, kot že rečeno, od drugega meseca naprej rodi vsak mesec nov par.

1. Po prvem mesecu se prvi par že pari, vendar je v kletki še vedno le 1 par.
2. Na koncu drugega meseca samica povrže nov par zajcev, tako da sta sedaj v kletki 2 para.
3. Ob koncu tretjega meseca prvotna samica da svoj drugi par, druga samica pa še ni spolno zrela. V kletki so 3 pari zajcev.
4. Po štirih mesecih dve samici, prva in druga, povržeta nova para, tako da je sedaj 5 parov zajcev.

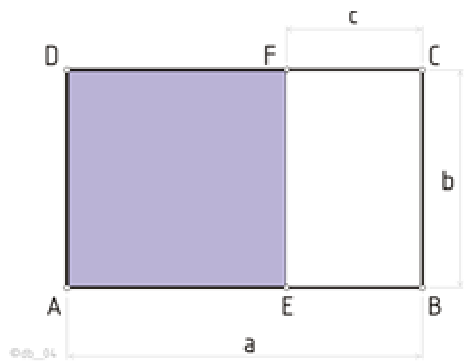
In tako naprej ...

400 let kasneje je Johannes Kepler opazil, da je limita kvocienta dveh sosednjih členov

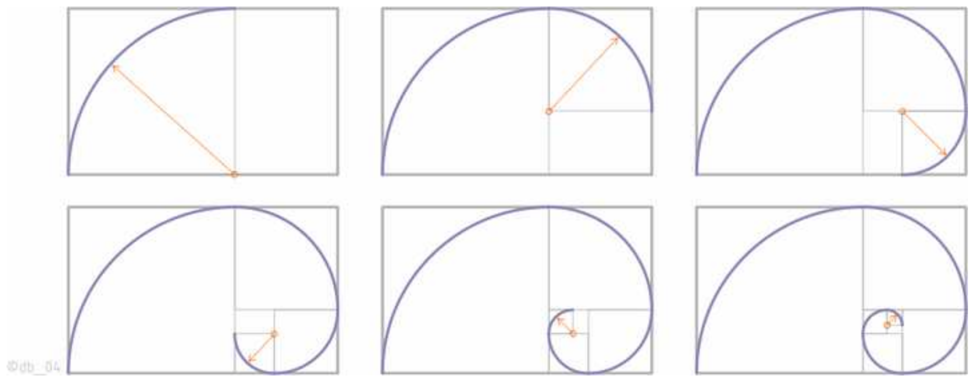
Fibonaccijevega zaporedja enaka razmerju zlatega reza. $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, ... \rightarrow \Phi = 1{,}618...$

Zlati rez v matematiki

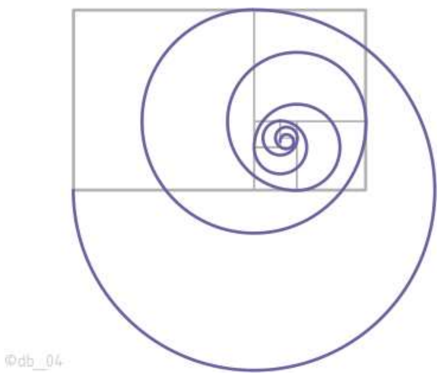
Zlati pravokotnik je pravokotnik, pri katerem osnovnica a z višino b tvori zlato razmerje: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\Phi$.



Konstrukcijo zlate spirale približno izvedemo v zlatem pravokotniku s pomočjo četrtinskih lokov včrtanih krožnic v posamezna polja zlatega pravokotnika.



Obstaja še konstrukcija velike zlate spirale s pomočjo tričetrtinskih krožnih lokov na zlatem pravokotniku.

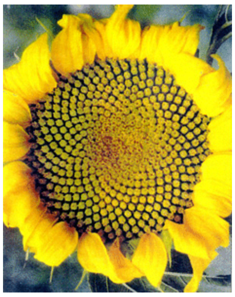


Pomudimo se še pri zlatem kotu. Zlati kot je kot krožnega izseka, ki nastane v razmerju zlatega reza na loku krožnice in meri 137,3°. Ta kot deli obseg kroga v razmerju zlatega reza. Če kvadriramo razmerje zlatega reza dobimo, razmerje zlatega kota.

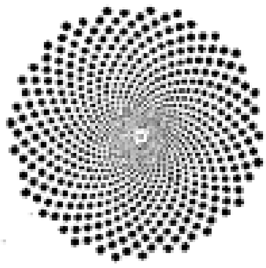
Zlati rez v naravi

Zlati rez nastopa pri telesnih razmerjih rastlin in živali. Za primer lahko dam hišice nekaterih polžev, ki so skoraj enaki zlati spirali. V čebeljem panju je vedno večje število čebel kot trotov, razmerje pa je enako kot zlato razmerje. Še bolj posebno pa je to pri rastlinah. Pri rastlinah na Fibonaccijeva števila naletimo:

- ko štejemo razporeditev cvetnih listov v cvetu,



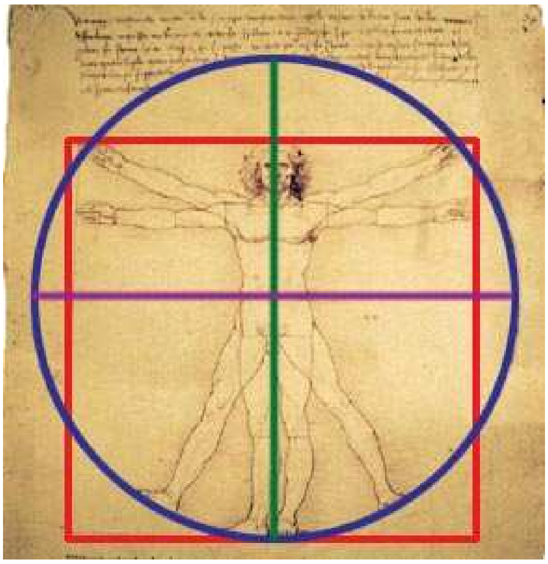
- v številu krogov, ki jih v smeri urinega kazalca naredimo, ko štejemo, koliko listov je med spodnjim in prvim, ki ga prekriva,

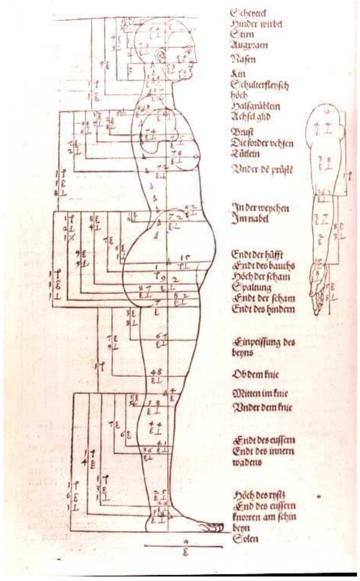


- v razporeditvi semen v cvetu in storžih.

Če pogledamo na rastlino od zgoraj, so listi večinoma razporejeni tako, da prestrežejo največjo možno količino sončni žarkov, se pravi, da zgornji listi ne prekrivajo spodnjih. Kar 80% vseh rastlin ima spiralno razporeditev listov, s tem, da je vsak naslednji list navzgor nameščen pod konstantnim kotom glede na prejšnjega pod njim. Če projiciramo pozicije vseh listov v eno ravnino, dobimo sistem dveh spiral, ki potekata v obratni smeri. To je lepo vidno pri vseh rastlinah.
Pri lipovi veji opazimo, da raste en list na levo in naslednji list na desno. Kot rasti lista z veje se od enega do drugega lista spremeni približno za polovico polnega kroga. Temu pojavu rečemo filotaksa ali razporeditev listov. Lipa ima polovično filotakso. Filotakse so ulomki:
1/2, 1/3, 2/5, 3/8, 5/13, 8/21 …

Človek





»Izmerite svojo višino in število delite z razdaljo od popka do tal. Dobili boste število fi -Φ . Bi radi še en primer? Izmerite razdaljo od ramen do konic prstov in potem število delite z razdaljo od komolca do prstov. Spet fi. Še en primer? Razdalja od kolka do tal, deljena z razdaljo od kolena do tal. Spet fi. Prstni členki, prsti na nogah. Razdalja med deli hrbtenice. Fi. Fi. Fi. Dragi moji, vsak o vas je polkon zlatemu rezu.« (Dan Brown, Da Vincijeva šifra)
Zaradi tega so ga znanstveniki imenovali božanski proporc.

Poleg tega pa se fi pojavlja tudi drugod v človeški družbi. Mnogi mojstri, kot so: Michelangelo, Dürer, da Vinci so se v nekaterih svojih delih strogo držali zlatega reza. Tudi v arhitekturi (grški Partenon, egipčanske piramide) se pojavlja število fi. Fi se pojavlja tudi v Mozartovih sonatah, v Beethovnovi peti simfoniji, pa tudi v delih Bartoka, Debussya in Schuberta. Število fi je uporabil celo Stradivari, da je izračunal natančen položaj zvočnic, ko je izdeloval slavne violine.

Jon Leskovec, 2.b

***B**lokada gobic*
***O**rogeneza in jaz*
***R**ogovi jedo*

***TE LE**pe **Č**esne*
***JA**z **PE**ko**ČE N**e jem sploh*
***KA**kšna škoda to*

JURIJ VEGA

Jurij Veha se je rodil 23. marca 1754 v Zagorici, materi Heleni in očetu Jerneju. Že v mladih letih je kazal svojo bistrost, zato sta mu starša kljub revščini omogočila šolanje v Ljubljani. Prvi dnevi šolanja so bili zanj zelo težki in neprijazni. Zelo težko je sprejemal tuje okolje. Od staršev ni prejemal nobene podpore, zato je bil odvisen od usmiljenih ljudi. Šolal se je na jezuitskem kolegiju. Po končani gimnaziji se je vpisal na licej. Tam je njegova nadarjenost prišla do izraza. Vedno je bil med najboljšimi učenci, zato je poučeval manj nadarjene in si tako služil kruh.

Na liceju se je priljubil svojemu učitelju matematike Jožefu Maffeiju. Ta se je zanj zelo zavzel, mu pomagal iz siromaštva, predvsem pa mu je kazal pot v matematiko. Jurij ga je pridno poslušal in se pri njem veliko naučil. Tudi kasneje, ko je postal svetovno priznan, se ga je s hvaležnostjo spominjal.

Leta 1775 je licej zaključil in postal carskokraljevi navigacijski inženir v Notranji Avstriji. Meril je padec Ljubljanice in računal možnosti, ki bi olajšale odtok vode skozi Ljubljano. Po njegovi zamisli so tako zgradili prekop, po katerem naj bi voda najhitreje odteka skozi mesto.

Vendar pa je to službo po petih letih zapustil, saj mu je predstavljala premajhen izziv. Tako se je odločil, da zapusti Ljubljano in gre na Dunaj. Leta 1780 je opravil sprejemni izpit in postal topničar v avstrijski vojski. Svoj priimek pa je spremenil iz Veha v Vega. Leto kasneje je dosegel čin podporočnika in začel poučevati matematiko v topničarski šoli. Tu je začel pisati učbenike za svoje učence:

- Predavanja o matematiki s posebnim ozirom na topništvo ... obravnava algebro, planimetrijo, stereometrijo ravnin, sferično trigonometrijo, analitično geometrijo, praktično zemljemerstvo, diferencialne in integralne račune, matematično fiziko, hidravliko in aerostatiko.

- V svojih učenicih je znal vzbuditi veselje do matematike. Vesel je bil svojih učiteljskih uspehov. To je zapisal v prvi izdaji zvezka Matematična predavanja, drugo izdajo Matematičnih predavanj, logaritmično-trigonometrijske knjige je posvetil svojemu učitelju Maffeiju.

Poleg tega je:

- izračunal število π na 140 decimalk,
- napisal 3 logaritmovnike: srednji, mali ali ročni in veliki (izračunal logaritme navadnih števil, geometrijskih funkcij in druge matematične elemente na 10 decimalk),
- raziskal Ludolfovo število, pravila vrtenja vrtenine,
- ukvarjal se je s problemi gravitacije in predvsem z uporabo matematike v mehaniki, astronomiji, meteorologiji, fiziki in geodeziji,
- izdelal teorijo kolesa, ki je pospešila izum urnega mehanizma.

Nekaj let kasneje pa je postal že stotnik in profesor matematike na novo ustanovljenem topničarskem oddelku. Svoja teoretična dognanja je lahko pokazal tudi na bojnem polju. Dokazal je, da so topniški zadetki odvisni od težkih in zapletenih matematičnih računov.

Leta 1789 se je prostovoljno pridružil vojski v boju proti Beogradu, saj se je želel prepričati o sposobnosti avstrijskega topništva. Hodil je od topa do topa in jim nastavljal tako naklonino, kot so to pokazali njegovi računi. Bombe so tako vedno zadele svojo tarčo. Turki so se tako hitro predali.

Kmalu se je Avstrija zapletla v boj s pruskim kraljem. Četam, ki so šle na Moravsko in v Šlezijo, se je pridružil tudi Jurij. Med prostim časom med boji je računal logaritme in se leta 1792 vrnil na Dunaj z načrtom za izdajo logaritemskih tablic.

Sledila je še bitka proti Francozom, kjer se je Jurij zelo izkazal. Zato je bil predlagan za najvišje avstrijsko vojaško odlikovanje – viteški križ Marije Terezije. Vendar pa ga zaradi zavisti grofa Colloreda ni dobil.

Oktobra 1797 je Jurij reševal avstrijsko topništvo na desnem bregu Rena. To je bilo njegovo zadnje vojaško dejanje.

Kmalu je dobil nalogo, da mornedizira cesarsko topništvo. Zadeve se je lotil po pravilih matematike. Naredil je načrt za nova možnarja, ki sta presegla vsa pričakovanja. Z njimi so izbojevali zmago pri Mannheimu. Vega je bil tako že drugič predlagan za viteški red Marije Terezije in tokrat ga je tudi dobil. Prav tako pa je bil povišan v viteški stan.
Leta 1800 ga je cesar Franc I. povišal v baronski stan. Postal je član deželnih stanov. S tem je dobil sedež in glas v posvetovalnem zboru o najvažnejših deželnih zadevah.

Leta 1802 je umrl skrivnostne smrti. Njegovo truplo so našli 26. septembra v Donavi pri Nussdorfu.

Darja Menard, 3.f

TIste grozote
***L**ubenice rdeče*
***KA**m pa kam Ara*

***BO**bi padajo dol*
***B**i se rad tepel kaj?*
***R**es bi rad pil sok*

CARL FRIEDERICH GAUSS

Letos poteka 150 let od smrti enega največjih matematikov vseh časov, Carla Friedricha Gaussa. Bil je velik matematik, astronom, fizik in geodet. Niti vsa njegova dela ne dajejo prave podobe o njegovi znanstveni veličini, saj iz njegovih dnevnikov in nekaterih pisem vidimo, da je nekatere najproniclјivejše misli in odkritja obdržal zase. Tako so še desetletja za njim na novo dkrivali njegove zapise o odkritjih eliptične funkcije in obvladovanju neevklidske geometrije, čeprav iz teh področij ni objavil ničesar.

Gauss se je rodil 30. aprila 1777 v nemškem mestu Braunschweig v zelo revni družini. Njegov oče je bil vrtnar, zidarski mojster in dninar, kasneje pa je vodil računovodstvo nekemu trgovcu. Mati je bila iz kamnoseške družine in je pred poroko služila kot dekla.

Gauss je že kot otrok kazal velko nadarjenost za matematiko. Že kot trileten otrok je popravljal očetove seštevke računov za razdelitev plač. Imel je izjemno sposobnost računanja na pamet in izreden spomin, saj je bil sposoben celo življenje nositi v glavi na kupe številskih podatkov.

Nanj je postal pozoren učitelj in je zanj priskrbel posebno računico, ker je običajno snov takoj obvladal. Svojega učitelja je presenetil že pri 8. letih z bliskovitimi izračunom vsote prvih sto naravnih števil, ki je enaka 5050. Opazil je, da imajo pari števil od 1 do 100, prvo in zadnje, drugo in predzadnje, tretje in predpredzadnje ... enake vsote, in sicer 101. Novica o njegovi nadarjenosti se je hitro razširila po deželi. Kmalu je za njo slišal tudi braunschweiški vojvoda Ferdinand, deželni knez, ki mu je omogočil nadaljno šolanje.

Po končanem kolegiju na Karolinški višji šoli je 18-leten Gauss odšel na univerzo v bližnji Göttingen. Po več letih študija v Göttingenu se je leta 1798 vrnil v rodni Braunschweig, kjer se je poročil in dobil hčerko in sina. Pisati je začel svojo prvo knjigo *Disquisitiones arithmeticae*, ki je izšla leta 1801 in je pisana v latinščini. V tem delu je Gauss zbral vsa mojstrska dela svojih predhodnikov in ga dodatno tako obogatil, da velja danes za začetek moderne teorije števil.

Že zelo mlad je užival mednarodno slavo. Dobil je vabilo, naj pride na dobro plačano mesto v Rusijo, ki je takrat najemala tuje strokovnjake. Vendar se je leta 1807, trideset- leten, raje odločil za mesto direktorja astronomskega observatorija in profesorja na Univerzi v Göttingenu.

Kmalu po prihodu v Göttingen mu je po tretjem porodu umrla žena, kmalu za njo pa tudi novorojenček. Znova se je poročil z najboljšo prijateljico svoje pokojne žene in tudi v drugem zakonu imel otroke. Vendar v osebnem življenju še vedno ni imel sreče. Žena je bila nezadovoljna in slabega zdravja, Gauss pa je bil gospodovalen oče. Nenehno se je prepiral z mlajšim sinom, ki je zato emigriral v Ameriko. Miren in prijazen dom je svojemu očetu ustvarila po smrti svoje matere najmlajša Gaussova hči. Pozneje ga je poleg matematike, geodezije in astronomije začela zanimati tudi fizika. Gauss je delal vse do svoje smrti. Umrl je v spanju 23. februarja 1855.

Gaussova odkritja:

Gauss je našel funkcijo $\pi(\xi) \cong \frac{\xi}{\ln \xi}$, ki za velike ξ precej natančno podaja vrednost za število praštevil med 1 in ξ.

Na univerzi v Helmstadtu je doktoriral, in sicer z dokazom osnovnega izreka algebre. Kasneje je podal še dva različna dokaza tega izreka.

C. F. Gauss je našel tudi konstrukcijo pravilnega sedemnajstkotnika zgolj s šestilom in ravnilom. Dokazal pa je tudi, da se dajo konstruirati samo tisti pravilni *n*-kotniki, kjer je *n* oblike $n = 2^k F_{t1} F_{t2} ... F_{tl}$, torej, ko je *n* potenca števila 2 ali Fermatovo praštevilo ali produkt potence štvila 2 in različnih Fermatovih praštevil. Fermatova praštevila so oblike $2^m + 1$, kjer je *m* oblike 2^s, *s* je naravno število ali nič. Vendar za sedaj poznamo le 5 Fermatovih praštevil, 3, 5, 17, 257 in 65537. Torej so npr. 7-, 9-, 11- itd. kotniki nekonstruktibilni.

V numeričnem računanju je znana njegova Gaussova eliminacijska metoda. To je metoda za reševanje n linearnih enačb z n neznankami. Pri tej metodi prevedemo z eliminacijo ene neznanke sistem enačb v nov sistem n-1 enačb z n-1 neznanko. S postopno uporabo te metode dobimo na koncu eno linearno enačbo z eno neznanko, ki jo rešimo neposredno.

Gauss je razvil nov postopek za izračun decimalk Ludolfovega števila π, po katerem so risali mreže kvadratov s stranicami dolžine 1 in na njih od nekega središča v ogljišču enega kvadrata kroge z različno dolgimi polmeri. Pri tem so šteli kvadrate, ki so vsaj z enim ogljiščem padli v načrtane kroge. Pri tem je opazil, da z naraščanjem polmera krogov razmerje površine teh vseh kvadratov v notranjosti krogov in kvadratom polmerov krogov teži k vrednosti števila π.

Mnogo je prispeval k teoriji analitičnih funkcij in diferencialni geometriji, kakor tudi k vsem področjem uporabnih matematičnih disciplin.

Izkazal se je tudi v fiziki in matematični fiziki, zlasti v elektromagnetizmu z odkritjem magnetometra in električnega telegrafa 1833 do 1834. V tem času je opravil veliko eksperimentalnega dela s področja zemeljskega magnetizma. Sodeloval je pri prvem širšem prikazu zemeljskega magnetnega polja.

V astronomiji je postal slaven po določitvi tira asteroida Ceresa. Nekaj let kasneje je objavil klasično metodo za izračun gibanja planetov. Gaussovo leto je časovno obdobje, ki traja 365,2568983 dni.

Marina Mrak, 3.b
Mateja Založnik, 3.b
Gašper Zadnik, 3.b

Marina Mrak, 3.b

TEORIJA KAOSA

Že od svojih začetkov išče znanost zakone, ki vladajo naravi. Z vsakim odkritjem se je zdelo, da je eden od elementov nereda premagan. Z odkritjem matematične analize je bilo mogoče razumeti in kvalificirati kompleksne dinamične sisteme. Znanstveniki so dolgo vedeli, da so mnogi naravni pojavi - gibanje oblakov, turbulenca v tokovih ali dviganje cigaretnega dima, gibanje lista v vetru, oblike možganskih valov, epidemije bolezni ali prometni zamaški - po naravi kaotični in da se zdi, da je nemogoče najti zakone, ki veljajo zanje.

Že 1903 je francoski matematik Henri Poincaré (1854-1912), znan po svojem delu na področju topologije, ugotovil, da obstajajo okoliščine, v katerih se lahko majhne netočnosti pri začetnih pogojih pomnožijo, tako da vodijo do ogromnih razlik pri končnem izračunu.

Poincaréjevo delo je bilo v glavnem pozabljeno do 1961, ko je ameriški meteorolog in matematik Edward N. Lorenz, ki je uporabljal enega prvih računalnikov, začel postavljati matematični model o vedenju ozračja. Pri delu je naključno naletel na prvi matematični sistem, v katerem majhne spremembe začetnih pogojev vodijo do izjemnih končnih razlik. Lorenz je pokazal, da je zaradi tega dolgoročno napovedovanje vremena skoraj nemogoče. Njegovo delo in analogije, ki so se iz tega razvile, so pritegnili pozornost znanstvenikov z drugih področij in pripeljale do razvoja nove veje matematike (teorija kaosa).

Ena najbolj slovečih analogij je znana kot 'metuljev učinek': zamisel, da gibanje zraka, ki ga sproži zamah metuljevih kril na Kitajskem, lahko povzroči mesec kasneje vihar v New Yorku.

V 70. letih 20. stoletja pa so nekateri znanstveniki in matematiki ter celo nekateri ekonomisti začeli raziskovati nered in nestabilnost. Fiziologi so iskali vzorce kaosa v delovanju srca; inženirji elektronike so raziskovali včasih kaotično vedenje oscilatorjev; ekologi so raziskovali navidezno naključnost, s katero se spreminjajo združbe divjih živali; kemiki so preučevali nepričakovana nihanja v kemijskih reakcijah; ekonomisti pa razmišljali, ali bi bilo mogoče odkriti neki red pri naključnih padcih ali vzponih cen delnic na trgu.

Prvi indikator, da je v kaosu neki vzorec, je našel ameriški fizik Mitchell Feigenbaum. Leta 1976 je opazil, da se pri urejenem sistemu, ki se začne spreminjati v kaos, to pogosto zgodi skladno s trdnim vzorcem, po katerem se hitrost pojavljanja nekaterih dogodkov nenadno kar naprej podvaja. To pa je ravno tisto, kar se dogaja v fraktalni geometriji, v kateri je vsak del oblike pomanjšana kopija večjega dela. Feigenbaum je tudi odkril, da po določenem konstantnem številu podvojitev, struktura dobi določeno stabilnost. To numerično konstanto, imenovano Feigenbaumovo število, lahko uporabimo pri celi vrsti kaotičnih sistemov.

Da bi razumeli, kaj matematiki mislijo z besedo kaos, poglejmo preprost primer. Iteracija je matematični proces, kjer je vsak rezultat izračuna hkrati tudi začetna točka za ponovitev istega procesa. Vzemimo, na primer, neko število in ga razpolovimo, rezultat ponovno razpolovimo in tako dalje. Vrsta rezultatov, ki jih dobimo, se imenujejo orbita števila. Če začnemo s številom 16, je orbita 8, 4, 1, ½, ¼ ...

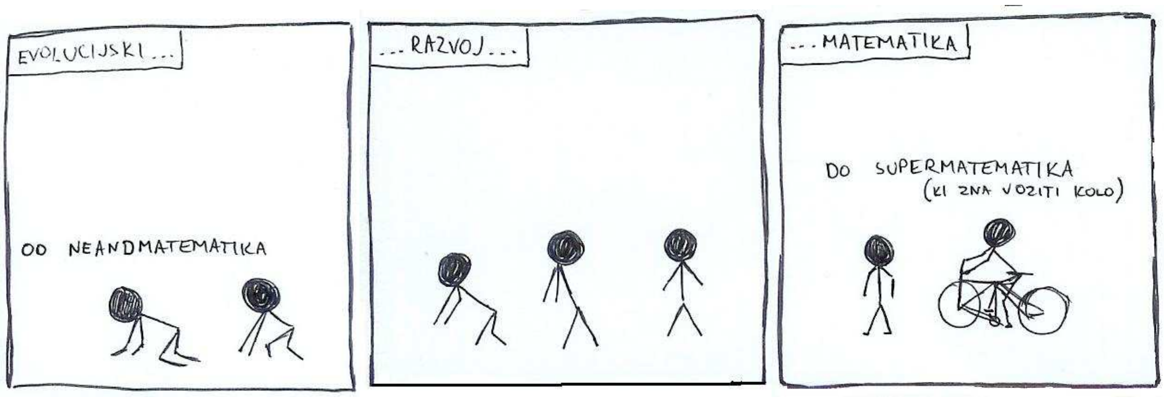
Lahko pa, na primer, izvedemo iteracijo na nekem številu (*x*) med 0 in 1, tako da pomnožimo produkt *x* in 1 - *x* s 3. To daje predvidljivo orbito. Presenetljivo pa daje iteracija števila med 0 in 1, pri katerih uporabimo proces množenja produkta *x* in 1 - *x* s 4, kaotično orbito za nekatera števila in predvidljivo orbito za druga. Začetna števila, ki so blizu skupaj, dajo močno različna orbitalna števila. Z drugimi besedami, sistem je včasih močno občutljiv na začetne vrednosti, včasih pa ne. To je značilnost tega, kar imajo matematiki za kaos. Teorija kaosa poskuša opisati, kako se taki sistemi spreminjajo od predvidljivih do popolnoma neurejenih.

Danes poteka mnogo razprav o tem, ali teorija kaosa, kot jo poznamo danes, v resnici primerno popisuje na videz neurejene dinamične naravne sisteme - ali je v resnici, kot nekateri trdijo, novo matematično orodje enako pomembno kot matematična analiza ali celo disciplina, ki jo je mogoče postaviti ob bok relativnosti in kvantni mehaniki. Kontraverznost se nadaljuje, vendar se zanimanje za teorijo kaosa in raziskave o njej povečujejo. V kratkem lahko pričakujemo nove dosežke.

Stella Korošec, 3.f

ĐOser faraon
B*analna batina tu*
O*smoza pet šest*

ĐO*bo pije pir*
N*i ga pira kot Laško*
I*n jaz sem zelo*



ZGODOVINA VERJETNOSTNEGA RAČUNA

Uvod

Že od nekdaj so igre na srečo prisotne med ljudmi. Večje razsežnosti v vseh pogledih pa so dosegle z razvojem prvih velikih civilizacij na vzhodu. Igralno kocko naj bi poznali in se z njo zabavali že pred več kot 5000 leti, ko pa ni imela natančno takšne oblike kot danes. Najstarejše predhodnice današnjih igralnih kock so astragali. To so kosti gležnja dvoprstega kopitarja s šestimi stranskimi ploskvami, od katerih so štiri ravne.Verjetno so bile uporabljene v igri hazarda. Uporabljali naj bi jih stari Egipčani že 3500 let pr. Kr. Skozi naslednja tisočletja so se med najbolj razvpite kockarje vpisali prav hedonistični rimski cesarji, kot so; Avgust, Komod, Kaligula in Neron. Strasten hazarder Klavdij je o tej igri napisal celo razpravo, ki pa se do danes ni ohranila. Kockanje se je nadaljevalo tudi skozi srednji vek (norveški kralj Olaf Haraldsson je v 11. stoletju na kocko postavil kar celotno kraljestvo), skozi katerega je pridobivalo vedno večji prizvok goljufanja. Leta 1545 je Roger Ascham v razpravi *Toxophilus* naštel in opisal vse možne metode goljufanja pri kockanju. V 16. stoletju je sedaj že dolga tisočletja znana igralna kocka (heksaeder z rahlo obrušenimi ogli in poslikan s pikami). Postala je predmet proučevanja matematikov. Tako se je rodila nova matematična veja – verjetnostni račun.

Slika 1: Astragali, predhodniki današnjih igralnih kock.

Zgodba o verjetnosti in statistiki se začne z nekaterimi osamljenimi teksti italjanskih renesančnih matematikov. Milanski zdravnik Hieronim Cardano (1501–1576) leta 1565 napiše knjigo o igrah na srečo *Liber de Ludo Aleae*, ki je sicer objavljena šele leta 1663. K pisanju ga je vzpodbudilo delo frančiškanskega meniha Luca Paciolia (1450–1520) *Summa de Arithmetica*, *geometria, proportioni e proportionalita*, ki je bilo natisnjeno leta 1494 in je ena prvih tiskanih matematičnih knjig. S problemom verjetnosti se je ukvarjal tudi beneški učitelj računstva z vzdevkom Tartaglia (Jecljavec). Vsi omenjeni matematiki so se ukvarjali predvsem z verjetnostjo zmage pri določenih stavah, vendar zadovoljive rešitve niso imeli.

17. stoletje

To obdobje lahko pričnemo s še eno nekoliko osamelo omembo verjetnosti s strani Galileia (1564 – 1642), ki okoli leta 1620 napiše delo *Sopra le Scoperte dei Dadi*, ki pa je objavljeno šele leta 1718 in se ukvarja z metanjem kocke. Kljub vsem tem predhodnim poizkusom pa velja prepričanje, da se je vse začelo z nekaterimi vprašanji o kockanju, ki sta jih postavila vitez Antonine Gombauld de Méré in Damien Mitton uglednemu francoskemu matematiku Blaisu Pascalu (1623–1662) leta 1654. De Méré je bil strastni hazarder in si je na ta račun pridobil veliko bogastva, dokler ni naletel na težave. Pascal sam je o njem v pismu Fermatu dejal: »Je zelo inteligenten, vendar je slab matematik, to pa je, kot sami veste, velika pomanjkljivost.« Razvpita razprava je povzročila številno izmenjavo pisem, tako med de Méréom in Pascalom, kakor tudi Pierrom de Fermatom (1601–1665), ki je bil Pascalov prijatelj, zato ga je slednji seznanil z de Méréovim *Problème des partis* (problemom točk) in še mnogimi drugimi.

Med julijem in oktobrom leta 1654 sta si Pascal in Fermat izmenjala sedem pisem, ki tvorijo hrbtenico verjetnostne teorije. Zato imamo sledeča matematika za ustanovitelja matematične teorije verjetnosti.

Slika 2: Blais Pascal (1623 – 1662)

Problem točk je bil sledeč: dva igralca P1 in P2 igrata serijo poštenih iger, dokler eden izmed njiju ne doseže določeno število zmag N. Igra je nato nenadoma prekinjena. P1 je dobil N1 iger, P2 pa N2 iger. Kako naj bodo v tem primeru razdeljene stavnice? Fermat se je do rešitve skušal dokopati tako, da je preštel vse možne primere konca iger in ugotovil, kateri bi bili ugodni za posameznega igralca. Računanje je postalo z naraščajočim številom iger zelo zamudno, zato je to opustil. Pascal je ubral drugo pot in rešitev zastavljenega problema pojasnil v razpravi o aritmetičnem trikotniku *Traite du triangle arithmetique*, ki je izšla šele po njegovi smrti leta 1664.
Drug, verjetno bolj znan primer, je sledeč: posebnost De Méréa je bila stava, da bo v štirih zaporednih metih kocke šestica padla vsaj enkrat. Vitez je pri tej stavi vztrajno zmagoval in kopičil bogastvo, dokler se stave ni naveličal in jo nekoliko spremenil in popestril. Odtlej je stavil, da bosta dve kocki v 24 zaporednih metih obe vsaj enkrat pokazali 6 pik. Po spremembi stave se je vse začelo obračati na slabše in beležil je velike izgube. Zato se je obrnil na Pascala.

Pascal je najprej izračunal verjetnost prve, dobičkonosne stave. Moral je izračunati verjetnost, da pri vsakem metu pade 6 pik. Da bi si olajšal delo, je izračunal nasprotno verjetnost dogodka in rezultat odštel od 1. Vseh možnih dogodkov je tako $n = 6^4$, za poskus ugodnih dogodkov pa je $m = 5^4$. Kvocient m/n odštejemo od 1 in tako dobimo verjetnost 0,518, oziroma 51,8 %.

Verjetnost druge stave je malenkostno drugačna, a vendar ključnega pomena. Vseh možnih dogodkov je tako pri drugi stavi $n = 36^{24}$, za poskus ugodnih dogodkov pa $m = 35^{24}$. Kvocient zopet odštejemo od 1, nakar dobimo verjetnost 0,491 oziroma 49,1 %. Verjetnost v drugi stavi je malo manj od polovice, kar je bil vzrok za dolgoročne vitezove izgube.

Slika 3: Christiaan Huygens (1629 – 1695)

Oglejmo si še podobno nalogo:
Predstavljajte si, da ste plemič v 17. stoletju. Nekega dne pride k vam na obisk vaš prijatelj Antonie Gombauld de Méré in vas izzove v igri na srečo. Privolite v sodelovanje. Pogoji so sledeči: de Méré pravi, da lahko dobi v metu dveh kock vsoto 8 in vsoto 6, preden ti dosežeš dvakratno vsoto 7. Ali bi igro nadaljevali?
(Upam, da ste si premislili, saj je za dosego vsote 8 in 6 deset različnih možnosti, za dosego vsote 7 pa le 6 možnosti. Verjetnost, da igro izgubite je 54,6 %).

Ko je ugledni nizozemski matematik Christiaan Huygens (1629–1695) prišel v Pariz in izvedel za dopisovanje med Pascalom in Fermatom, je skušal sam najti odgovore in posledica tega je bilo delo *De ratiociniis in ludo aleae*, ki je prva razprava o verjetnosti, izdana v latinščini leta 1657.

V svoji končni podobi je razprava vsebovala štirinajst problemov (Voorstellen) z njihovimi rešitvami in dokazi ter pet problemov, ki so v reševanje namenjeni bralcu.

V drugi polovici tega stoletja so izšle še nekatere razprave na temo verjetnosti s strani drugih manj znanih avtorjev. K temu je veliko prispeval razvoj zavarovalništva. Konec stoletja (1684) je v naslednjih petih letih svojo idejo o verjetnosti razvijal tudi švicarski matematik Jacob Bernouilli (1654–1705). Svoje razmišljanje je zaključil z razpravo o igrah na srečo z naslovom *Ars Conjectandi*, ki je izšla šele leta 1713, že po njegovi smrti. Delo sicer nikoli ni bilo v celoti dokončano. Škoda je le to, da je bilo besedilo take podobe, kot je izšlo leta 1713, napisano že dobrih dvajset let prej, leta 1690. Jacob Bernouilli je prvi, ki je verjetnost dogodka umestil med števili 0 in 1. Pomembna je bila tudi njegova ugotovitev, da verjetnost dogodka lahko napovemo na podlagi njegove pogostosti v velikem številu ponovitev poskusa.

18. stoletje

Začetek 18. stoletja je bil predvsem v znamenju Bernouilliovih odkritij, obrazloženih v *Ars Conjectandi*, ki vsebuje štiri dele. Objavljeni so bili s strani njegovega nečaka Nicolausa Bernouillia. V prvem delu knjige je ponatisnjena Huygensova razprava o igrah na srečo. Drugi deli pa obravnavajo permutacije in kombinacije. Dosežejo višek z Bernouillijevim izrekom o binomskih porazdelitvah. Prvi, ki je Jacobova odkritja priredil za potrebe življenjskega zavarovanja, je bil francoski hugenotski begunec Abraham de Moivre (1667–1754), ki se je v Londonu preživljal z uradniškim delom. Leta 1718 izide prva edicija njegove knjige *The Doctrine of Chances*. Številne loterije in zavarovalnice, ki so nastajale v tej dobi, so vzbudile zanimanje matematikov za verjetnostni račun. Med njimi je bil tudi najplodovitejši matematik 18. stoletja Leonard Euler (1707–1783), doma iz Basla. Njegov oče je študiral matematiko pri Jacobu Bernouilliju; Leonard pa pri Johannu, ki je bil sin Nicolausa Bernouillija. Verjetnostni račun je prodrl na številna področja, tudi v fiziko in astronomijo. Grof de Buffon je leta 1777 prvi podal primer geometrijske verjetnosti. Verjetnostni račun so uporabili tudi pri človeški presoji. Želeli so izračunati verjetnost pravilne razsodbe sodišča, tako da damo vsaki priči številko, ki izraža verjetnost, da bo govorila resnico. Leta 1787 Pierre Simon Laplace (1749–1827) izda svojo *Théorie de Jupiter et Saturne*, v kateri razreši problem neenakosti v gibanju Jupitra in Saturna. Tako dokaže stabilnost sončnega sistema. Njegovo kasnejše delo *Theorie analytique des probabilites*, ki je izšlo leta 1812, ne vsebuje le njegovih raziskovanj s področja verjetnosti, temveč vse dotedanje delo na tem področju. To monumentalno delo ima namesto predgovora obširen poljuden članek z naslovom *Essai philosophique ser les probabilites*, ki je zelo čitljiv uvod v verjetnostni račun. Vsebuje tudi Laplaceovo negativno definicijo verjetnosti z zahtevo enako verjetnih dogodkov.

Slika 4: Pierre Simon Laplace (1749 – 1827)

»Verjetnostni račun sestoji iz reduciranja vseh dogodkov iste vrste na določeno število enako verjetnih primerov, to je primerov, o katerih obstoju smo enako negotovi, in iz določanja števila primerov, ki so ugodni za dogodek, katerega verjetnost iščemo.«

Ta veličastna knjiga vsebuje obsežno razpravo o igrah na srečo in geometrijskih verjetnostih, o Bernouillijevem izreku in njegovi zvezi z normalnim integralom. Prav tako je preblikoval in rešil pred pozabo teorijo, ki jo je začrtal malo znan angleški duhovnik Thomas Bayes, ki je bil svetovalec za življenjsko zavarovanje pri družbi Equitable. Teorija je bila objavljena po njegovi smrti 1763/64. Poznamo jo pod imenom teorija aposteriornih verjetnosti.

19. in 20. stoletje

Slika 5: Andrej Nikolajevič Kolmogorov (1903 – 1987)

Razvoj verjetnostnega računa v 19. stoletju lahko pripišemo predvsem Adrienu Marie Legendreju (1752–1833), Carlu Friderichu Gaussu (1777-1855) in Pierreu Simone de Laplaceu (1749–1827). Poseben pospešek razvoju je dal tudi angleški botanik Robert Brown, ki je leta 1828 opazil nepravilno gibanje cvetnega prahu, pomešanega v vodi. Tako imenovano Brownovo gibanje, so znanstveniki razumeli šele leta 1905, ko je Albert Einstein s svojimi raziskavami pojasnil molekularno gibanje kot naključni pojav.
V 20. stoletju so dodatne raziskave in teorije verjetnosti prispevali predvsem ruski matematiki. Glavni predstavniki so bili: Pafnutij Lvovič Čebišev (1821–1894), njegov študent Andrej Andrejevič Markov (1856–1922) in Andrej Nikolajevič Kolmogorov (1903–1987), ki je v svojem delu *Temelji verjetnostne teorije,* leta 1933 postavil aksiome verjetnostnega računa.

Gašper Jakovac. 4.a

VERJETNOST PRI TAROKU

V šoli skoraj med vsakim odmorom igramo tarok. To je opazila tudi naša profesorica matematike. Ker se je bližala snov o verjetnosti, je podala idejo, da zapisujemo, katere karte se pojavljajo v talonu. Tako sem v tabeli zbirala podatke, kolikokrat se pojavijo kralji ter trula. Podatke sem zapisovala za 100 iger. Zanimalo pa me je, kolikšna je eksperimentalna in kolikšna je teoretična verjetnost dogodka, da se v talonu pojavi srčev kralj, pikov kralj ...

Teoretična verjetnost za:

- **določeno karto**: P(A) = $\dfrac{C_1^1 \cdot C_{53}^5}{C_{54}^6} = 0{,}11$
- **trulo**: P(B) = $\dfrac{C_3^3 \cdot C_{51}^3}{C_{54}^6} = 8{,}1 \cdot 10^{-5}$
- **vse 4 kralje**: P(C) = $\dfrac{C_4^4 \cdot C_{50}^2}{C_{54}^6} = 4{,}7 \cdot 10^{-5}$
- **vsaj 1 kralja**: P(D) = $1 - \dfrac{C_{50}^6}{C_{54}^6} = 0{,}38$

v talonu se pojavi	TEORETIČNA verjetnost	EKSPERIMENTALNA verjetnost
♠ kralj	0,11	0,17
♣ kralj	0,11	0,13
♥ kralj	0,11	0,08
♦ kralj	0,11	0,09
škis	0,11	0,13
mond	0,11	0,08
pagat	0,11	0,06
trula	$8{,}1 \cdot 10^{-4}$	0
vsi kralji	$4{,}7 \cdot 10^{-5}$	0
vsaj 1 kralj	0,38	0,41

Petra Hladnik, 4.b

POHVALNO

(REPORTAŽA)

Tudi člani uredništva matematične revije »Matematik na kolesu«, kljub visokemu statusu, skrbno zbirajo spraznjene baterije in jih tudi ob koncu zbiralne akcije odnesejo v zbiralnike spraznjenih baterij, ob tem pa pazijo, da z nevarnimi objekti ne povzročajo škode drugim okoli sebe. Zadnja taka zbiralna akcija se je končala v sredo 11. 5. 2005. Glavna akterja te življenju-koristne akcije sta bila g. Aleksander Veliki, ki je za reportažo celo žrtvoval svoj digitalni fotoaparat in s tem nase prevzel veliko odgovornost, saj so mu doma, kljub visoki starosti (to je 18 let) in višini (natančneje 186,5 cm), starši zabičali, naj fotoaparata nikar ne izgubi in pa g. Pikaso (ki meri v višino le pičlih 174,5 cm), ki sicer z akcijo ni tvegal nič, a je vseeno sam prispeval marsikatero baterijo. »Z zbiralno akcijo sem precej zadovoljen, saj je potekala natančno po zastavljenem programu. Pokazala je tudi, da marsikateremu Vičanu ni vseeno kaj se zgodi s prazno baterijo,« je povedal g. Aleksander Veliki. »Seveda je bila akcija zelo uspešna, če gledamo iz oči navadnega opazovalca, ki se v potek dogodkov ni vmešaval. Tudi sam sem kar zadovoljen s potekom, čeprav v naslednjem polletju pričakujem več baterij, ki so odslužile svoj rok in bi skupaj z ostalimi zbranimi romale v zbiralnike,« pa meni g. Pikaso, ki že pripravlja program za zbiralno akcijo pokvarjenih baterij v drugi polovici leta 2005.

Akciji so se na pobudo g. AV in g. P kmalu pridružili še drugi Vičani in darovali svoje odpadne baterije, če so jih le premogli. Tako je v zbiralnik romalo več kot 150 baterij, ta pa jih sedaj šteje preko 240. Kje so meje? Nihče ne ve, vemo le, da jih moramo vsakič znova preseči, če se želimo izpopolniti ne le kot matematiki in kolesarji, temveč tudi kot uspešni zbiralci odpadnih baterij. Pomagaš lahko tudi ti!


G. Aleksander Veliki (z oboževalko) s polovico baterij v roki kaže širok nasmeh (levo). Kljub nasmešku, je jasno razvidno, da je g. Pikaso pričakoval več (desno).



ZABAVNA MATEMATIKA

Uf, kako je ta matematika zoprna. Že celo uro se ukvarjam z enim primerom in mi vedno znova pride kr neki. In ne, rešitev v knjigi je na vso žalost pravilna! Prou mine me še delat naprej. Še ponoč se mi vsili v sanje, kjer se kosinusi in sinusi prepletajo med seboj v tangense ... Zraven pojem kilo čokolade, da mi je še slabo zraven. In vsa ta trema pred testi. Groza! Sprašuješ folk o matematki in slišiš tole nespoštovanje. Kam gre ta svet? Matematika je čist zabavna. Vse, kar zahteva, je korekten način dela. Je edini predmet, pri katerem lahko poslušaš svojo najljubšo musko in poješ zraven, vriskaš, migaš z glavo ... In občutek, ko rešiš tist težk primer, ki te grize že dve uri, pravilno, je tok dobr! Boljši kt velka Milka z lešniki. Primerov pa nikoli ne zmanka in lahko rešuješ in uživaš v nedogled. Čist super je, sam treba je gledat nanjo z druge perspektive. In tuki je par noro hudih primerov, ki vas bodo ufural v zabavno matematiko.

JOHN, JAMES IN WILLIAM

Imamo tri brate, ki jim je ime James, John in William. John in James vedno lažeta, William pa vedno govori resnico. Na pogled jih je nemogoče razlikovati. Nekega dne srečate na ulici enega izmed treh bratov in želite vedeti, ali je to John. Zastavite mu lahko le eno vprašanje, na katero lahko odgovori z »da« ali »ne«, vendar vprašanje ne sme vsebovati več kot treh besed! Katero vprašanje mu boste zastavili?

Rešitev: Vprašanje: »Si ti James?«. Če nagovarjate Johna, bo pritrdil, saj John laže, medtem ko bosta tako James kot William to zanikala – James zato, ker laže, William pa zato, ker govori resnico. Torej odgovor »da« pomeni, da je ogovorjeni John, odgovor »ne« pa, da ni John.

DRUŠTVO BRIVCEV

Neko društvo brivcev upošteva naslednje pogoje:
pogoj : Če je član že obril katerega člana – bodisi samega sebe ali pa katerega drugega – potem so njega že obrili vsi člani, vendar ne nujno istočasno.
pogoj : Štirim od članov je ime Guido, Lorenzo, Petruchio in Cesare.
pogoj : Guido je že obril Cesara.
Je Petruchio že obril Lorenza ali ne?

Rešitev: Ker je Guido že obril Cesara, je obril vsaj enega člana. Potemtakem so že vsi člani obrili Guida. Tudi Lorenzo je že obil Guida. Torej je Lorenzo obril vsaj enega člana, zato so vsi člani že obrili Lorenza. Tako je tudi Petruchio že obril Lorenza.

TRI NAGRADE

Recimo, da vam ponujajo eno od treh nagrad – nagrado A, nagrado B ali nagrado C. Nagrada A je najboljša od treh, nagrada B je nekaj srednjega, C pa je tolažilna nagrada. Dati morate izjavo. Če bo izjava resnična, boste nagrajeni z nagrado A ali B, če pa bo izjava neresnična, dobite nagrado C – tolažilno nagrado.
Seveda ste lahko prepričani, da boste dobili bodisi nagrado A ali B. Vse, kar morate reči, je: »Dve in dve je štiri.« Toda recimo, da ste si zaželeli nagrade A – s katero izjavo jo lahko izsilite?

Rešitev: Kar morate reči, da dobite nagrado A, je: »Ne bom dobil nagrade B.« Če vam dajo nagrado C, se bo vaša izjava izkazala za resnično – nagrade B niste dobili – torej ste za resnično izjavo dobili tolažilno nagrado, kar se ne sme. Če dobite nagrado B, se bo vaša nagrada izkazala za neresnično, vendar pa za neresnično izjavo ne morete dobiti nagrade B. Potemtakem ste izsilili nagrado A. Tako ste povedali pravilno izjavo – nagrade B niste dobili – in ste zato prejeli eno od nagrad, ponujenih za pravilno izjavo. Ustrezala pa bi tudi izjava : »Dobil bom bodisi nagrado A ali nagrado B«

Aleksandra Nikolič in Darja Menard, 3.f

ANEKDOTA

Profesorica slovenščine deli teste in komentira: »Ena tretjina razreda je pisala zelo dobro, dve četrtini povprečno, ampak preostala tretjina me je pa zelo razočarala …«

Od kdaj je ena tretjina + dve četrtini + ena tretjina = 1   ?????????

Taychie

ĐA*be je tole*
J*anez on Slovencih treh*
O*bwohl je žaba*

Z*ebe me ob tleh*
I*novacije tram že*
MA*rko komarko*

OJ, SINUS®

Oj, kotna funkcija mi draga,
ki segaš mi do srca praga,
krivulja tvoja brez primere,
vliva upanja mi, vere.

Frekvenca tvoja me navdaja,
oblina tvoja me zavaja.
Periodična ti je usoda,
konstanta novega je roda.

Je tvoja vrednost omejena,
določ'na pot od nič do ena?
A hkrati večna si v krogih,
oj, krogih pustih, mrtvih, mnogih ...

Nekoč bila si vsa goreča,
sedaj v duši si trpeča.
nekoč te kosinus oviral,
potem še arkus te zaviral.

In ordinata se ti 'zmika,
ob ničlo 'bscisa se spotika.
Pokrajša te enačba siva
in grobni kamen nosi njiva.

Ob poglabljanju v mojstrovino sodobne poezije pa so seveda nastale tudi prenekatere študije. V tej številki časnika objavljamo eno, v prihodnjih pa lahko pričakujete interpretacije najbolj priznanih primerjalcev književnosti iz univerz, kot so: Oxford, Yale in druge.

Interpretacija doktorja primerjalne književnosti iz hebrejske univerze, gospoda שימון פרש:

Na ogled imamo naravnost briljantno pesniško delo naših največjih matematičnih ustvarjalcev, iz zbirke imenovane Štiri pesmi. Pesem je resnično na višku ustvarjalnosti narodovih matematikov.

Je delo o hrepenenju in izgubi, ljubezni in umrlem upanju. Že v prvi kitici nam avtorji podajajo karseda globok vtis zaupanja, ljubezni, ki jim jo ta funkcija vzbuja. Nadalje se pesem spreminja v pravo odo trigonometriji, čudoviti prihodnosti, ki jo prinaša, govori o upanju, s katerim jih navdaja. Kaj kmalu pa se vsebina spremeni; pojavi se boleč, tragičen preobrat. V delo navržejo otožno misel o neskončni omejenosti. O ujetosti v brezmejnost-metafora, ki se gotovo nanaša tudi na resnično kruto življenje; kaže nam njihova najgloblja in najtemnejša čustva. Vplete se razočaranost nad svetom, počasna izguba upanja; gnitje, trpljenje do žalostnega konca. Ponazarja se tudi brezsmiselni boj z okolico-konflikti med posameznikom in množico, med idealom ter trdo, kruto realnostjo. Naš glavni junak potone v kruti sivini, v monotonosti in brezčutnosti sveta, tako kakor tonejo tisoči vsak dan. Na koncu se pokaže osamljenost po neuspehu. Prazna njiva zagrinja našega velikega junaka.

Delo nam kaže visoko usposobljenost avtorjev - prenašati lastna čustva, zaznave v svet številk in funkcij. Po večkratnem branju se mi poraja nesrečna misel: pesem govori o visokih sanjah, ki nič kaj mehko pristanejo v trdi, temni prsti.
Le upamo lahko, da bodo naši pesniki v tem času razkroja ter propada še uspeli v taki veličastnosti, mogočnosti, v umetniškem prikazu lastnega svetobolja.

Martin Breskvar, 3.e
Žan Učakar, 3.e
Simon Pirš, 3.e
Špela Kunej, 3.e

LINEARNA FUNKCIJA

Ko v šoli pri matematiki sedimo,
različne teme jemljemo in se jih učimo.

Y je k krat x plus en,
tega prvo uro razložiti ne zna noben.

Še dobro, da je tu profesorica,
ki nas okara, češ: »Pa to je linearna funkcija!«

Sledijo vadba, risanje, računanje…
Treba je rešiti učne liste in še vaje iz Lineje.

Najprej vzamemo neodvisno spremenljivko
in jo sami določimo v poljubno številko.

Dobro je vzeti 0,1,2,3,
ker je y potem lažje izračunati.

Ko koordinate točk tako dobimo,
se uspeha nikar preveč ne veselimo.

Treba je narisati še pravilen graf,
drugače lahko nalogo vržemo v škaf.

Funkcija se kot premica nariše
in pada ali pleza više.

Lahko pa vzporedna je abcisi, ordinati,
kjer potrebno je le začetno vrednost ali x poznati.

Če pa vrednosti so absolutne,
dobimo tudi grafe neslutne.

Čez abciso se premica preslika
in nastane črke »v« oblika.

Maja Baloh, 1.d

NAŠE DELO PRI MATEMATIKI

Zazvoni zvonec, hitro odidemo v razred. V glavi se mi porodi misel: »Upam, da danes ne bo spraševala!« Potem še malo poklepetamo in že je v razredu profesorica. Počasi se usede na svoje mesto in želja po tem, ko nas pozdravi, je, da ne bi v roke prijela redovalnice. Moj srčni utrip rahlo naraste, a danes k sreči ne bo nič s spraševanjem.

Drugače pa se imamo pri matematiki v redu. Nismo venomer zagledani v številke; včasih se malo pozabavamo in se smejemo kakšnim prigodam ali pa zanimivim situacijam, tako da ure kaj hitro minevajo. Pa tudi tisti opis iz uvoda ni nekaj tako hudega. Zdi se mi, da snov ni pretežka, le malo kukanja v zvezek zvečer in naloga popoldne je tisto, kar je potrebno, da gre vse kar precej dobro.

Snov je zanimiva. Presenečen si, ko vidiš, kaj vse je človek že odkril in raziskoval. Pa saj to ni nič čudnega, saj so ljudje, ki so svoje življenje posvetili matematiki in nam na ta način omogočili nova spoznanja. Pa saj pravijo: »Več znaš, več veljaš.«

Matic Krupljenik, 1.e

Matematika ... zame je to zelo uporaben predmet. Mislim, da veliko stvari, ki se jih učimo v šoli, lahko uporabimo tudi kasneje v življenju. Rada jo imam, ker je zelo logična in je v njej zelo malo »piflarije«. Če jo razumeš in se učiš bolj ali manj sproti, pri njej nimaš težav in to mi je všeč. Vedno lahko odkriješ tudi kaj novega, raziskuješ kak problem, ki se ti zdi zanimiv ali pa iščeš dokaze za določene trditve, tako da ti nikoli ni dolgčas. Prav zato je matematika eden izmed predmetov, ki so mi najbolj pri srcu.

Lara Štajdohar, 1.b

***J**abolko spora*
***A**pple gešafl je rumen*
***K**onec lonec je*

***HEIN**z hei hei žaba*
*i**T'S KUHL** človek je Špela*
***MANN** je tovornjak*

***KOREN**je… sploh ni*
***JA**nez je! Sedaj še bol*
***K**lemen Klemen tle*

***K**uhlmann je žaba*
***EP**ilog šestnajst tristo*
***A**ntropologi*

MATEMATIKA SKOZI MOJE ŽIVLJENJE

Veliko učencem v osnovnih in v srednjih šolah matematika ni eden ljubših predmetov ali pa je celo ne marajo. Meni pa je matematika, odkar pomnim, bila eden najljubših predmetov. V računanju sem bil dober, že preden sem začel hoditi v osnovno šolo.

Že v zgodnjih otroških letih sem zelo rad računal starost ljudi, ki so prišli na obisk ali pa sem jih srečal kje drugje. Od vsakega sem hotel izvedeti letnico rojstva, zatem pa sem v trenutku kot iz topa izstrelil njegovo starost. Odrasli so rezultat izračunali šele precej za mano in kot se lahko moja mami spomni, se nisem nikdar zmotil. Ti ljudje in moji bližnji so se zelo čudili nad tem, kako tako majhen, trileten otrok, kolikor sem bil star, tako hitro in pravilno računa. Načina, po katerem sem tako hitro računal, se ne spomnim; vem pa, da sem par let kasneje, starosti iz letnic rojstva računal precej počasneje. Ker se ljudi največkrat nisem upal sam vprašati po letnici rojstva, sem zato prosil domačega, naj tistega povpraša. Teh dogodkov se ne spomnim več dobro, a so se zato toliko bolj vtisnili v spomin mojim domačim.

Nekega dne je prišla k nam starejša soseda. Tudi zanjo sem hotel izvedeti letnico rojstva, ne da bi se zavedal, da se starejše gospe ne sprašuje po starosti. Prigovarjal sem mami in sitnaril, dokler ni ona zares vprašala sosede. Jasno ji je tudi pojasnila vzrok za vprašanje. Bilo pa je tako, da je imela ta soseda rojstni dan na koncu leta, tedaj pa je bilo šele na sredini leta. Tako sem povedal njeno starost za eno leto višjo, saj sem vedel le letnico, na kar pa se je takoj pritožila: »Ne, jaz pa še nisem tolk stara, to pa ne.«

Matematika je ostala eden mojih najljubših predmetov tudi v šoli. Rad jo imam tudi danes v gimnaziji, ko je postala težja in zahtevnejša in se je treba, da jo dobro znaš in razumeš ,precej potruditi.

Anže Trček, 1.b

OKO *za oko*
LJ*ubezen Kajtimara*
E*no ali sok*

MA*rko je en sam*
J*az ne ti pa ti pa ti*
A*ndrej žolnir gre*

SI*n očeta spod*
M*oram na skret iz zdaj sploh*
ON*omatolog*

SIL*ovito je*
N*oga od zamorca je*
O*bwohl žaba je*

MATEMATIČNI VICI

Težavna matematika

"Danes bomo začeli računati brez kalkulatorjev," reče profesor matematike. "Koliko je sedem krat trinajst?"
"In do kdaj potrebujete odgovor?" se sliši iz razreda.

Filozof in matematik

"Kakšna je razlika med filozofom in matematikom?"
"Za delo potrebuje matematik papir, pisalo in koš za papir, filozof pa koša za papir ne potrebuje!"

Zadnja ura

"Marko, zakaj si manjkal zadnjo uro matematike?"
"Če bi vedel, da je zadnja, bi zagotovo prišel!"

Domišljija

Mama na roditeljskem sestanku zagovarja sina: "Vem, da Goranov rokopis šepa, vendar on bo to nadoknadil z bujno domišljijo."
"Toda znanja ne nadoknadi pri slovenščini, ampak pri matematiki," pojasni učiteljica.

Kontrolka

"No, kako je šlo s kontrolno nalogo iz matematike?" je oče vprašal sina, ko se je ta vrnil iz šole.
"Težka je bila, ampak trudil sem se!"
"Torej si rešil vseh pet nalog?"
"Ja, razen prvih treh in zadnjih dveh!"

Najboljši

"Danes sem bil pa najboljši pri matematiki!" ponosno pove Miro svoji mami.
"Kaj res? Kako ti je pa to uspelo?"
"Učiteljica je vprašala, koliko je šest krat šest in jaz sem odgovoril: "Sedemintrideset!"
"Ampak, to je vendar narobe!"
"To že, ampak nihče v razredu se ni niti približal mojemu rezultatu!"

Ponudba profesorju

Pred maturo se je zelo lepa maturantka znašla v hudi zadregi. Matematika ji ni in ni šla, zato se je odločila za tvegani korak. Šla je k profesorju matematike in mu rekla: "Gospod profesor, če mi pomagate, da bom napravila izpit iz matematike, sem pripravljena preživeti večer z vami. Lahko boste delali z menoj, kar boste hoteli." Maturantka je bila res prava lepotica in profesor se ni mogel upreti skušnjavi. Obljubil ji je ustrezno pomoč in se takoj lotil lepotice. Med začetnim ljubkovanjem je profesor ugotovil: "No, no, draga deklica, nedolžna pa nisi več!" "Gospod profesor," se izgovarja lepotička, "pred vpisom v gimnazijo je bilo tudi potrebno zbrati dovolj točk!"

Darilo
"Očka, kaj bi mi kupil za darilo, če bi v šoli pri matematiki dobil petico?"
"Kupil bi ti kilogram bombonov!"
"No, potem mi kupi pa dvajset dekagramov, ker sem dobil cvek."

Dovolj
Petrova dobra stran je hranjenje, slaba pa matematika. Učiteljica se trudi na vse načine, da bi mu razložila osnovne matematične operacije.
"Peter, ko greš od doma v šolo, ti mama da za s seboj dve žemlji, ko pa prideš v šolo ti dam jaz še tri. Koliko žemelj boš torej imel?"
"Mislim, da jih bo dovolj!"

Študent
"Ali tvoj fant še študira matematiko?"
"Ne omenjaj mi ga! On ni več moj fant. Prejšnji teden sem ga zapustila."
"Zakaj pa?"
"Zvečer sem ga klicala, da bi šla malo na sprehod, pa mi je baraba rekel, da leži v postelji in rešuje problem z dvema neznankama!"

Sesekljano
Učitelj matematike je vprašal Barbaro:
"Vzamem kos mesa in ga razrežem na polovico! Kaj dobim?"
"Dve polovici mesa!"
"Dobro. Nato vsako polovico narežem na sto kosov. Kaj dobim?"
"Mleto meso!"

Maščevanje
Mož je rekel svoji ženi: "Povedal ti bom, kakšno neumnost je ušpičil naš mulc. Bil je v javni hiši, kjer se je nalezel spolne bolezni, nato pa je okužil mojo tajnico. Od nje sem spolno bolezen dobil jaz in jo včeraj zvečer prenesel na tebe. Le kaj je mulc mislil, ko nam je zakuhal to stvar?"
"Jaz že vem!" je rekla žena. "Jezen je na svojega profesorja matematike, ki mu je dal negativno. S profesorjem pa se dobiva danes zvečer!"

Olimpijada
Policist Jože se vrne z Japonske, kjer je sodeloval na policijski olimpiadi iz strokovnih šolskih policijskih predmetov in splošne izobrazbe. Vrnil se je z velikim pompom. Pol slovenske policije ga je pričakalo na letališču Brnik in se veselilo prve slovenske medalje osvojene na policijski olimpiadi. Tekmoval je v matematiki, kar je še povečalo njegovo veljavo. Na letališču pa so ga poleg policistov pričakali tudi novinarji. Nekdo od novinarjev ga ob prihodu vpraša: "Ste imeli težko nalogo?"
"Na vprašanje, koliko je 10 x 7, sem odgovoril da 69. Bil sem najboljši, ker sem imel najbližji rezultat!"

Tilen Makovec, 1.b

Matematiki so kot Francozi: karkoli jim rečeš, prevedejo v svoj jezik, nakar ima rečeno popolnoma nov pomen.
[Goethe]

Filozofija je igra z zastavljenimi cilji in brez pravil. Matematika je igra s pravili, a brez zastavljenih ciljev.

"Koliko je ura?"
"Deset pa deset."
"Kaj me hecaš?! Reči dvajset!"

Umetnik, odvetnik in matematik so se pogovarjali o tem, ali je bolje imeti ženo ali ljubico. Umetnik je dejal: "Bolje je z ljubico, ker od nje dobim energijo, strast in napetost za umetniško ustvarjanje!"
"To je brez zveze!" je dejal odvetnik. "Ves čas moraš biti samo z ženo, v nasprotnem te lahko žena zaloti z ljubico, potem pa sledi ločitev, delitev premoženja, plačevanje preživnine za otroke ..."
Matematik pa je dejal: "Najbolje je imeti ženo in ljubico. Ljubica misli, da si z ženo, žena misli, da si z ljubico, ti pa lahko ta čas v miru rešuješ matematične probleme!"

"Zdaj imam pa dovolj! Nobene prave številke nimam na lotu!" se jezi oče.
"Tako se je tudi včeraj zgodilo z mojo matematično nalogo," ga potolaži sin.

Učitelj hoče med uro matematike preizkusiti kritičnost učencev in reče enemu med njimi:
"No, povej mi, katerokoli dvomestno število."
Učenec pomisli in reče: "Triinpetdeset."
Učitelj napiše na tablo število petintrideset in počaka, ali mu bo kdo ugovarjal. Nihče. Zato zahteva še od drugega učenca, naj mu tudi on pove kakšno dvomestno število.
Učenec reče: "Štiriindvajset."
Učitelj napiše dvainštirideset in se spet sam pri sebi jezi, ker mu nihče ne ugovarja.
Zdaj pokliče še tretjega, ta pa reče: "Šestinšestdeset! To boste pa menda že prav napisali!"

Zakaj gre Janezek v krog, ko ga zebe?
Ker je slišal, da ima krog 360 stopinj.

Tanja Hristova, 1.e

O MATEMATIKI

Matematika je tudi jezik in glede na strukturo in vsebino najpopolnejši in najvzvišenejši. Ker je razumljiva vsakemu narodu, jo resnično lahko imenujemo kraljica jezikov.

E. Dilmann

Bistvo matematike ni v obrazcih, ampak v miselnih procesih, s katerimi jih dobimo.

V. P. Jermakov

Matematika je zbirka vsestransko uporabnih sklepov.

B. Russell

Matematika je podobna igri, v kateri so vsa pravila vnaprej določena in se vse situacije pojavljajo kot posledice.

L. Cooper

O UČENJU IN POUČEVANJU MATEMATIKE

Prvi pogoj, ki ga je treba v matematiki izpolnjevati, je: biti natančen, drugi pa: biti jasen in kolikor je mogoče preprost.

L. Carnot

Ni tako pomembno, kaj učijo v šoli, bolj je pomembno, kako učijo. Ena matematična trditev, ki jo učenec resnično razume, je dragocenejša od desetih obrazcev, ki se jih nauči na pamet in jih celo zna uporabljati, vendar ne razume njihovega resničnega pomena. Funkcija šole ni v tem, da daje strokovne izkušnje, temveč v tem, da zgradi dosledno metodično mišljenje.

M. Planck

Kakšne so pravzaprav metode matematičnega mišljenja? Na to vprašanje, podobno kot na vprašanje: »Kako ljudje plavajo?« , ni mogoče prepričljivo odgovoriti. Vsakomur, ki se želi naučiti plavati, pa je mogoče pokazati, kako plavajo drugi, da lahko posnema njihove gibe. Podobno se človek nauči matematičnega razmišljanja, če posnema tiste, ki to umetnost že obvladajo.

H. Freudenthall

DEVETERKA

V deveterki poišči besede: **negacija, število, zmnožek, izjava, minus, faktor, unija, presek, točka, premica, graf, izraz.** Te se skrivajo ali vodoravno ali navpično. Črke, ki bodo ostale, po vrsti izpiši v spodnje kvadratke. Dobil boš matematično rešitev.

K	O	O	R	M	I	N	U	S
P	Z	Š	D	I	N	A	N	G
R	M	T	T	N	I	S	I	R
E	N	E	G	A	C	I	J	A
M	O	V	T	O	Č	K	A	F
I	Ž	I	Z	J	A	V	A	I
C	E	L	P	R	E	S	E	K
A	K	O	I	Z	R	A	Z	S
F	A	K	T	O	R	T	E	M

REŠITEV:

Ana Rotar, 1.e

OSMEROSMERKA

Najdi v osmerosmerki besede, ki so izpisane ob strani in jih pobarvaj (ali prečrtaj). Besede so napisane vodoravno (od leve proti desni in obratno), navpično (v obe smeri), diagonalno … skratka v vseh osmih straneh. Ko najdeš vse besede, ti ostane le nekaj nepobarvanih (oz. neprečrtanih) črk, ki ti dajo geslo, če jih bereš po vrsti.

AKSIOM
ENAČBA
IZJAVA
IZRAZI
IZREK
KOT
KRAK
KROG
KUB
KVADRAT
MNOŽICA
POTENCE
PROCENT
RAČUN
ROMB
ULOMEK

N	T	A	R	D	A	V	K	M
U	A	T	K	B	U	K	A	A
Č	J	E	Č	S	I	C	U	T
A	V	A	J	Z	I	R	L	N
R	N	G	A	Ž	Z	O	O	E
E	C	R	O	K	R	M	M	C
O	Z	N	A	R	E	B	E	O
I	M	R	T	O	K	O	K	R
L	K	E	C	N	E	T	O	P

GESLO: _ _ _ _   _ _   _ _ _ _!

Eva Turšič, 1.e

T*i si orenk spod*
I*n morda me razumeš*
M*oja mami so*

S*edem palčkov ob*
A*stronomnih padavin*
ŠI*pa je počla*

GO*ri na gori*
ZDA *je država*
R*es je Neostik*

Μαλακας – V DEŽELI VROČEGA SONCA

Letošnjega julija se je v Grčiji zgodila 45. mednarodna matematična olimpiada. Kako smo se borili in kaj smo poleg matematike še počeli na jugu?

OK, najprej kako priti v lonec. V prvem, drugem ali tretjem letniku srednje šole zmagaš (si drugi ali najslabše tretji) na matematičnem tekmovanju srednješolcev Slovenije. Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (DMFA) te potem naslednje leto povabi na celoletne priprave. V letu, ko obiskuješ priprave, moraš le še biti med najboljšimi šestimi v skupnem seštevku točk dveh izbirnih testov, državnega tekmovanja ter domačih nalog (slednje so lanskoletni izum, prej se je ekipa formirala le po državnem tekmovanju in izbirnih testih). Ko se zrineš v ospredje, greš iskat obleko in prideš še na ene tedenske priprave, potem se pa posloviš do snidenja na letališču.

V petek, 9. julija 2004 opoldne, smo olimpijci Matjaž Berčič, David Gajser (iz Spodnjega Dupleka!), Peter Lendero, Kris in Nik Stopar ter jaz, pa še vodja ekipe Irena Majcen in opazovalec dr. Andrej Bauer priracali na brniško letališče. Poslovili smo se od staršev in se vkrcali na letalo (propelersko, ne reaktivno) češke družbe CSA. Po dobri uri smo pristali v Pragi na Češkem, kjer smo osem ur čakali na avion za Atene (Grčija). Saj ne da bi imel zamudo, ampak tak je bil načrt. Seveda smo jedli kosilo in se sprehajali po mestu. Po naslednjih treh urah letenja smo bili že v Grčiji. Na letališče nas je prišel iskat grški organizator. Z avtobusom smo se odpeljali v center v hotel (TV, klima, hladilnik, bazen).

Spali smo, dokler nas ni Irena vrgla s postelj. Naslednji dan smo dobili svojega vodiča Σηφηsa Josef Rodriga πηταροκηλησa, ki nam je najprej zaplenil mobitele (da ne bi imeli komunikacije z varilnico nalog). Načeloma bi lahko vsak svoj aparat zatajil, a posledice, če bi ga organizatorji našli pri tebi, ne bi bile prijetne. Sledila bi diskvalifikacija, potem pa bi ti DMFA izstavila račun za obleko, letalsko karto in hotel.

Zanimivost v zvezi z našim vodičem po Atenah je ta, da mu je domače mesto bilo španska vas. Večkrat smo morali menjati smer, ki jo je predlagal, saj je izbral napačno. Sreča, da je imel sestro Βασηληο πηταροκηλη, vodičko slovaške ekipe, ki nas je večkrat rešila s tem, da nam je pokazala pravo pot. Popoldne je bilo predvideno učenje, pa je bilo prevroče, da bi se nam to ljubilo, zato smo šli raje na biljard. Zvečer je bila otvoritev 45. mednarodne matematične olimpiade – to je pomenilo tri ure sedenja v dvorani in poslušanja dolgoveznega govorjenja o grški zgodovini, Grčiji kot materi olimpijskih iger, o Grkih kot aktualnih evropskih prvakih v nogometu ter o deželi kot gostiteljici olimpijskih iger 2004. Človek bi kar zaspal (saj tudi sem zaspal, a so me fotografi s svojim poslom zbudili, preden so ga končali, tako da slike ni). Naslednji dan je bilo tudi predvideno učenje, a je bilo spet prevroče in smo raje pohajkovali po mestu in igrali tarok. Zvečer nas sicer niso preganjali v postelje, a smo bili sami dovolj pametni, da smo vedeli, da je bolje reševati naloge spočit.

Zastavili smo si cilj: 64 točk ekipno (vsak od 6 tekmovalcev lahko doseže pri vsaki od 6 nalog 7 točk, torej ekipa 252 (preden se kdo pritoži na tako nizek cilj, naj pogleda naloge). Sicer ne vem, od kod smo to številko potegnili, mogoče zato ker je 64 = 26, nas pa je bilo ravno 6.

12. julij je bil prvi tekmovalni dan s štirimi urami in pol časa za tri naloge. Vestni profesorji so nam jih prevedli v slovenščino. Če pa bi kljub temu prišlo do nerazumevanja, smo imeli zraven še madžarski izvod. No, pa angleškega tudi. Pisali smo v dveh ogrooomnih učilnicah (do sedaj so Grki že naredili statistiko in lahko povem točno številko, 486 tekmovalcev, od tega 39 žensk - podrobnejšo statistiko, najdete na http://www.imo2004.gr/fimo/).

Glede izvedbe tekmovanja lahko pripomnim le to, da smo tisti, ki smo sedeli na koncu učilnice, imeli težave z zadrževanjem papirjev. Okna zadaj so bila namreć odprta in zato nam je veter vztrajno odnašal liste z nalogami in naše rešitve. Popoldne smo imeli izlet.

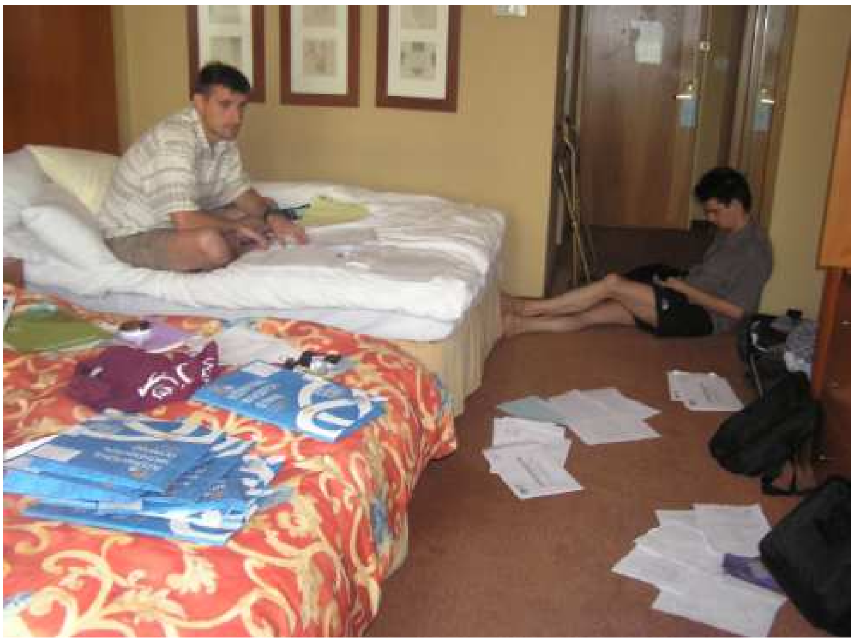
Naslednjega dne pa drugi tekmovalni dan z novimi tremi nalogami z enakim časom reševanja kot prejšnji dan. Med tekmovanjem so nam iz dveh hladilnikov nosili čokoladno mleko v 220 ml tetrapakih. Po koncu drugega tekmovalnega dne pa so bili ti hladilniki odprti in vsak si je lahko nabutal poln nahrbtnik čokoladnega mleka. Največ so si ga vzeli Kitajci. Pa privoščimo jim, saj so ekipno zbrali največ točk. Po tekmovanju je bilo kosilo, nato pa tarok in nogomet.

Vse naslednje dni smo hodili na izlete in imeli poljubne aktivnosti – šport, ogledi mesta ... Nismo se pa priključili vojni z gasilnimi aparati med Perujem in Bolivijo, ki je hudo poškodovala hotelsko sobo, menda je bilo škode za okoli tisoč evrov. Idej za izlete Grkom seveda ni zmanjkalo, starih objektov in muzejev imajo na pretek, je pa včasih že nam presedalo celodnevno pešačenje okoli kamnov vsakršnih oblik in velikosti. V mislih imam akropolo, Mikene, Sunion, amfiteater ... En dan smo bili tudi pri svojem vodiču doma. Sicer ni dolžnost vodičev, da nas zabavajo v prostem času, a ker so večinoma naših let in imajo med poletnimi počitnicami manj družbe, jim ni bilo odveč ukvarjati se z nami.

Nekega večera smo imeli sprejem v grškem parlamentu. Hvala, Grki, ker ste nam vsaj takrat prizanesli z dolgoveznimi govori. Po govorih je bila pogostitev. Strežaji so iz kuhinje neprestano nosili zvrhane pladnje dobrot, mi pa smo tekali za njimi in te pladnje vztrajno praznili. Pa ne da bi bili prestradani, kajti hrane je bilo, kolikor si si je zaželel. Vsi trije obroki v hotelu so bili namreč samopostrežni. Pa nas (oz. vsaj mene) ni bilo sram naložiti si več krožnikov za obrok.

V dneh po tekmovanju so počasi tudi že prihajali rezultati – naloga po nalogi. To se je opazilo tako, da je bila pred panojem s točkami gneča dvestotih ljudi, ki je hotela videti svoje dosežke. Na tem mestu še nekaj besed o ocenjevanju: tvoje rešitve (v slovenščini) najprej pregledajo profesorji, ki te spremljajo, tako da dobijo občutek, koliko je kdo rešil.

Pregledovanje izgleda takole:



Ker po tekmovanju ni več prepovedan stik med člani komisije in tekmovalci, se med tem popravljanjem tudi debatira o tem, kaj je kateri tekmovalec hotel napisati. Ena moja rešitev je bila npr. tako neurejena, da je profesor dr. Gregor Dolinar šele po daljšem času ugotovil, da bi rešitev lahko prišla v cono 7−. Naloge na olimpiadi se ocenjujejo na dva načina – cona 0+, kar pomeni, da rešitve ni, kako piko pa lahko prinesejo relavantni in pravilni sklepi, in cona 7−, pri tem primeru pa rešitev je, se pa zbijajo točke, če je v dokazu oz. v poteku reševanja kakšna luknja. Zato so 3, 4 in 5 točk najredkejši rezultati. Ko smo se zvečer srečali, me je prosil, če lahko razložim, kaj sem mislil. Povedano mu je bilo všeč in na zagovoru mi je priigral vseh 7 točk za to nalogo. No, zagovor pa poteka pred člani komisije iz drugih držav. Tvoj profesor predstavi tvoje rešitve in skupaj se dogovorijo o oceni. Naši profesorji so se dogovorili tako, da smo svoj cilj dosegli. 69 točk. 4 točke manj od slovenskega rekorda. In to z najmlajšo ekipo v slovenski zgodovini. Štirje drugovčki in dva četrtovčka. Dve bronasti in dve pohvali. Yeah!

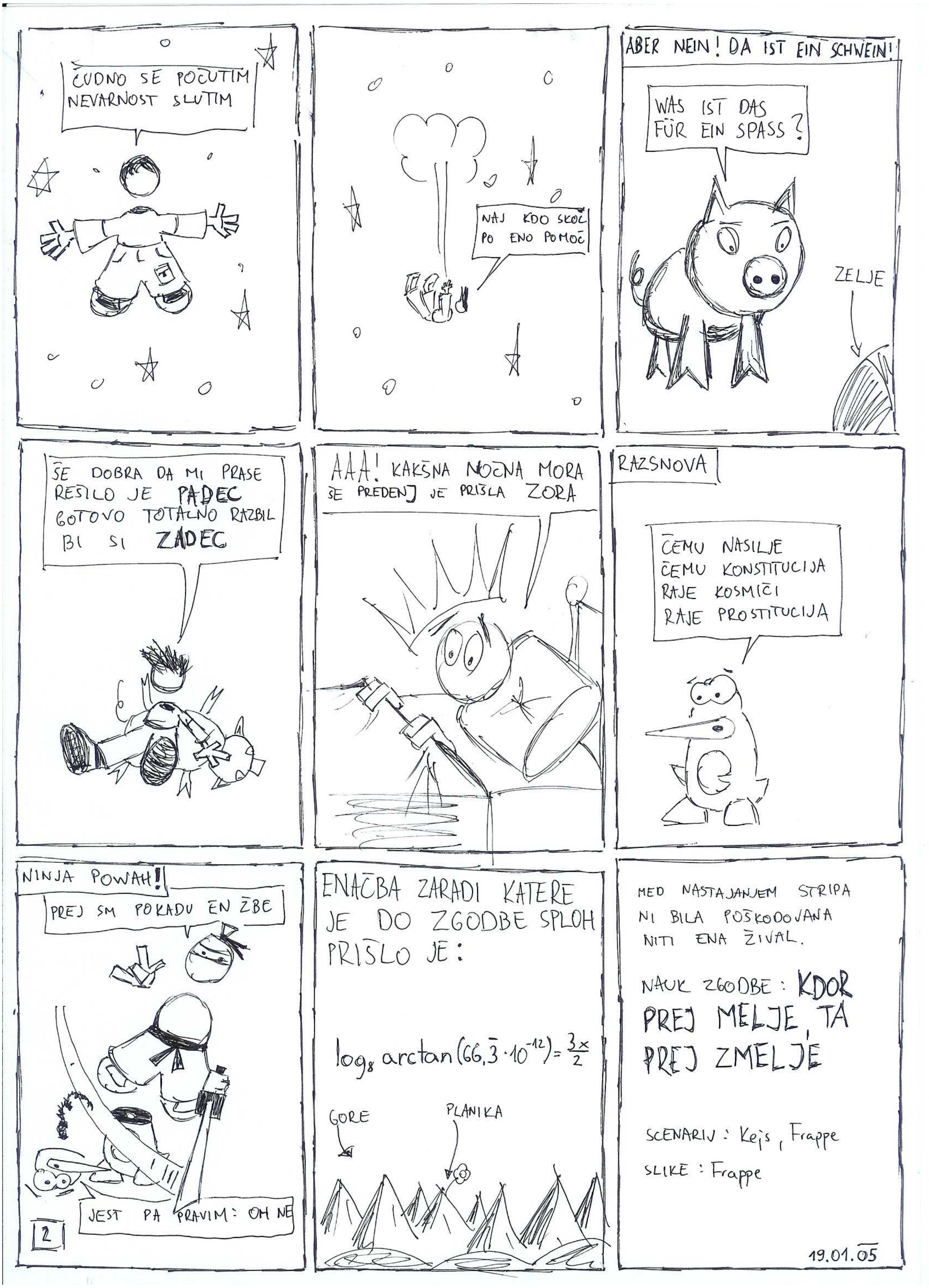
Ko so vsa pogajanja zaključena, vsak izve svoje število točk. Komisija pa se dogovori še o meji za medalje. Potem pride zaključna prireditev, kjer poleg govorov vseh možnih visokih oseb matematičnega sveta še vsak dobi svojo medaljo ali pohvalo – priznanje za eno v celoti rešeno nalogo. No, slednjo naj bi vsak dobil, a Grki jih še niso uspeli pripraviti do začetka prireditve, tako da smo še vedno brez priznanj.

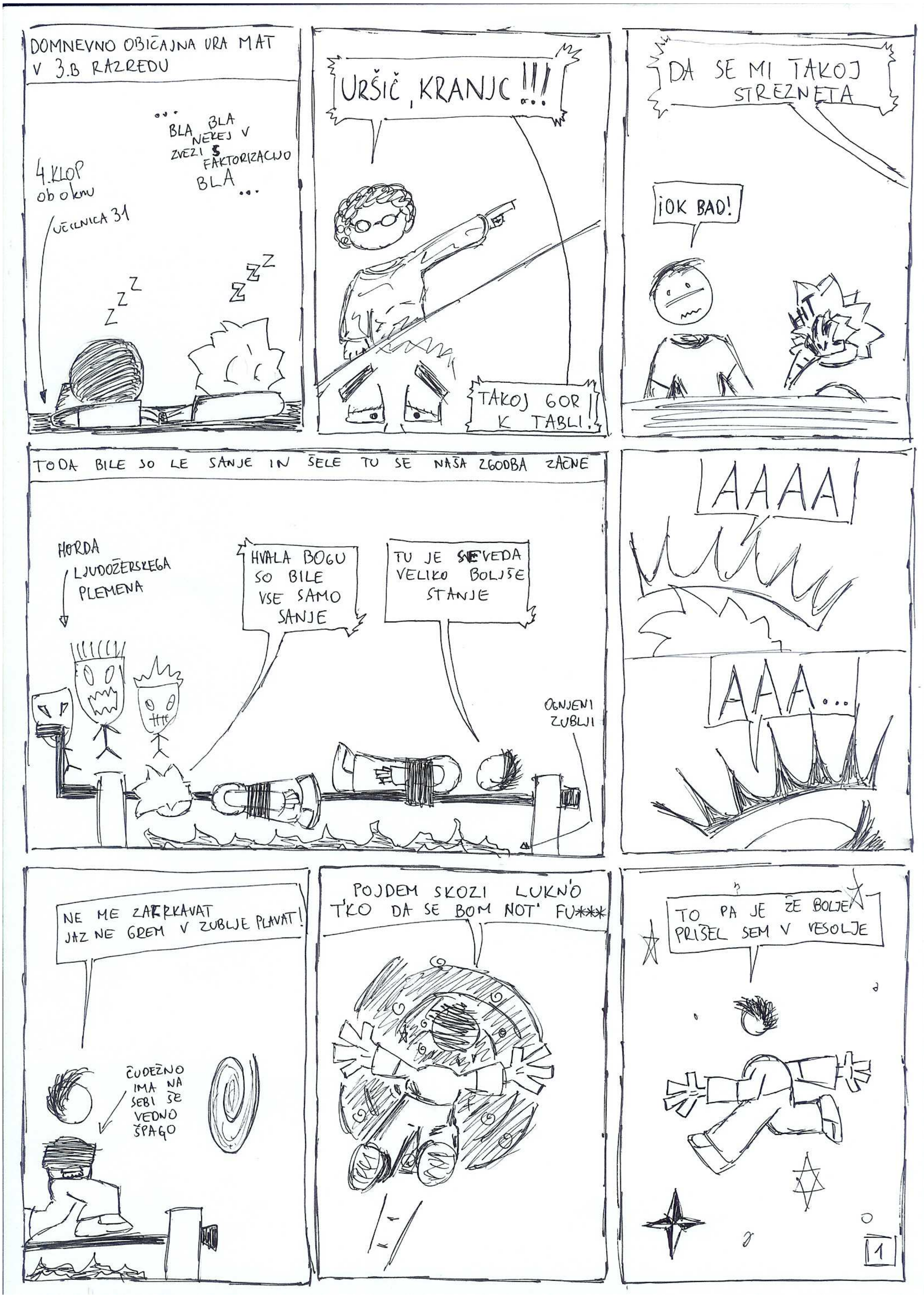
Ni pa matematika edino področje, kjer vlada kaos. Enako, če ne še huje, je v prometu. Semaforja itak nihče ne upošteva, malo bolj resno gledajo na policiste. So pa zato policisti neresni. Nekoč smo bili priča dogodku, ko je policistka avtomobilom z obeh cest v križišču kazala, naj vozijo, pa je zato prišlo do trčenja. Popraskana avtomobila nista izstopala – taka je večina. Po podelitvi smo se slikali:

Zvečer je bil slavnostni banket na prostem (večerja, ples, še vedno vsi v oblekah). Po banketu pa smo v neki pivnici blizu hotela pričakali odhod našega avtobusa na letališče. Tja nas je pospremil vodič, po slovesu pa smo se odpravili vsak v svojo smer. Naš avion je odletel okoli petih zjutraj (18. julija), spet čez Prago. Za razliko od poti v Grčijo smo večino časa vračanja prespali. Kako bi ga tudi ne, če pa nam je manjkala minula noč spanja.

Gašper Zadnik, 3.b

STRIP


ČUDNO SE POČUTIM NEVARNOST SLUTIM
NAJ KDO SKOČ PO ENO POMOČ
ABER NEIN! DA IST EIN SCHWEIN!
WAS IST DAS FÜR EIN SPASS?
ZELJE
ŠE DOBRA DA MI PRASE REŠILO JE PADEC GOTOVO TOTALNO RAZBIL BI SI ZADEC
AAA! KAKŠNA NOČNA MORA ŠE PREDENJ JE PRIŠLA ZORA
RAZSNOVA
ČEMU NASILJE ČEMU KONSTITUCIJA RAJE KOSMIČI RAJE PROSTITUCIJA
NINJA POWAH!
PREJ SM POKADU EN ŽBE
JEST PA PRAVIM: OH NE
2
ENAČBA ZARADI KATERE JE DO ZGODBE SPLOH PRIŠLO JE:
$\log_8 \arctan(66,\bar{3} \cdot 10^{-12}) = \frac{3x}{2}$
GORE
PLANIKA
MED NASTAJANJEM STRIPA NI BILA POŠKODOVANA NITI ENA ŽIVAL.
NAUK ZGODBE: KDOR PREJ MELJE, TA PREJ ZMELJE
SCENARIJ: Kejs, Frappe
SLIKE: Frappe
19.01.05


DOMNEVNO OBIČAJNA URA MAT V 3.B RAZREDU
... BLA BLA NEKEJ V ZVEZI S FAKTORIZACIJO BLA ...
4. KLOP ob oknu
UČILNICA 31
Z Z Z
Z Z Z
URŠIČ, KRANJC!!!
TAKOJ GOR K TABLI!
DA SE MI TAKOJ STREZNETA
¡OK BAD!
HIT
TODA BILE SO LE SANJE IN ŠELE TU SE NAŠA ZGODBA ZAČNE
HORDA LJUDOŽERSKEGA PLEMENA
HVALA BOGU SO BILE VSE SAMO SANJE
TU JE SEVEDA VELIKO BOLJŠE STANJE
OGNJENI ZUBLJI
AAAA
AAA...
NE ME ZAFRKAVAT JAZ NE GREM V ZUBLJE PLAVAT!
ČUDEŽNO IMA NA SEBI ŠE VEDNO ŠPAGO
POJDEM SKOZI LUKNJO T'KO DA SE BOM NOT' FU***
TO PA JE ŽE BOLJE PRIŠEL SEM V VESOLJE
1

TEKMOVANJE IZ LOGIKE

Izbirno tekmovanje se je odvijalo v petek, 15. oktobra 2004. Vseh tekmovalcev je bilo 92.

Najboljši dijaki na tekmovanju po letnikih:

1. letnik

1. Tanja Hribar, 1.c
2. Eva Turšič, 1.e
2. Polona Fras, 1.c
2. Luka Cindro, 1.a
5. Andrej Mihorko, 1.f
6. Tatjana Per, 1.e
7. Monika Ferran, 1.c

2. letnik

1. Tomislav Luetić, 2.a
2. Uroš Javornik, 2.d
3. Tomaž Hočevar, 2.b
4. Nina Šranc, 2.d
5. Anja Petek, 2.c

3. letnik

1. Gašper Zadnik, 3.b
2. Anja Brezavšček, 3.e
3. Tjaša Furlan, 3.a
4. Barbara Janžič, 3.e
5. Saša Vipotnik, 3.b
5. Urška Bradeško, 3.g
7. Jasna Glažar, 3.d
8. Daša Tičar, 3.d
9. Nike Šmid, 3.e
9. Žiga Urlep, 3.b
9. Lojze Gačnik, 3.a

4. letnik

1. Sabina Nagode, 4.f
2. Anže Pečar, 4.a
2. Aleksandra Stevanović, 4.b
4. Nataša Jankovič, 4.e
4. Nace Mikuš, 4.a

Na državno tekmovanje so se uvrstili: Tanja Hribar, Tomislav Luetić, Uroš Javornik, Gašper Zadnik, Anja Brezavšček, Tjaša Furlan in Sabina Nagode.

Na državnem tekmovanju iz logike (20. november 2004) sta Tomislav Luetić (2.a) in Uroš Javornik (2.d) prejela zlato priznanje.

MATEMATIČNO TEKMOVANJE

Po naključju – sprva sploh nisem nameravala pisati šolskega tekmovanja – sem se uvrstila na državno tekmovanje iz matematike. Na šolskem tekmovanju so se mi zdele naloge še sprejemljivo težke. Ko pa sem se lotila reševanja nalog s prejšnjih državnih tekmovanj, sem ugotovila, da so naloge vse prej kot lahke. Če sem po dveh urah razmišljanja prišla do rezultata, se mi je zdelo, da kar dobro napredujem. Vendar so mi te naloge predstavljale velik izziv, zato sem jih z veseljem reševala (pa še pri pouku sem lahko manjkala).

Tekmovanje je bilo v soboto, 16. aprila 2005, v Velenju. Naloge so bile zelo težke (ena geometrijska, dve številski in ena uporabna naloga iz življenjske situacije ter nekatere z znanjem, ki ga pridobimo pri pouku), skoraj nerešljive. Zamikalo me je, da bi začela hoditi k matematičnemu krožku. Stvari so namreč zelo zanimive. Kljub temu mislim, da se to zaradi moje časovne stiske ne bo zgodilo.

Nadaljevanje tekmovalnega dneva je bilo prav tako zanimivo, kot tekmovanje samo. Najprej je bilo dobro kosilo, potem pa ogled velenjskega premogovnika in gradu. V rudniku sem zelo uživala, saj je bila predstavitev zelo pestra: tresla so se nam tla pod nogami, jedli smo rudarsko malico in izvedeli veliko zanimivih in koristnih podatkov. Za dobro počutje je poskrbela tudi profesorica, ki nas je spremljala, saj je bila ves čas nasmejana.

Čeprav je bil dan kar naporen, mi je ostal v lepem spominu. Mogoče bom drugo leto spet tekmovala na šolskem tekmovanju, a ne tako kot letos zaradi tega, da bi se s sošolko potem lahko smejali, kako je bilo težko in kako ničesar nisva znali, ampak zato, da bom kandidirala za še kakšen ogled ˝rudnika˝.

Marta Treven, 3.g

KUPON:

ODGOVOR: ______________________

____

____

____

IME IN PRIIMEK: ______________________

RAZRED: ____ DATUM: ______________

EVROPSKI MATEMATIČNI KENGURU (17. 3. 2005)

Šolsko tekmovanje iz matematike

Vrstni red razredov

Seštete so točke najboljših osmih dijakov iz vsakega razreda.
Vseh tekmovalcev na šoli je bilo 238.

	Razred	Število točk
1.	3.b	764.50
2.	2.b	726.00
3.	3.e	705.00
4.	4.b	687.25
5.	4.a	678.25
6.	1.b	649.75
7.	1.a	647.50
8.	3.a	640.50
9.	1.d	616.75
10.	2.a	616.25
11.	1.c	566.50
12.	4.f	565.00
13.	1.e	556.25
14.	1.f	555.75
15.	2.c	540.75
16.	2.d	485.25
17.	3.d	430.25
18.	4.e	362.75
19.	3.c	362.25
20.	4.d	296.00
21.	2.f	228.75
22.	3.f	210.50
23.	3.g	144.75
24.	2.e	129.00
25.	4.c	0.00

Bronasto priznanje so prejeli:

Dean Gostiša	1.a
Anže Trček	1.b
Matej Žnidarič	1.b
Luka Cindro	1.a
Živa Žerjav	1.b
Domen Blenkuš	1.d
Tatjana Per	1.e
Maša Bizjak	1.c
Katarina Drašler	1.d
Klemen Hrovat	1.d
Simona Perovšek	1.f
Polona Fras	1.c
Eva Turšič	1.e
Sanja Zupanič	1.a
Špela Cafuta	1.f
Matic Slanc	1.d
Rok Jamnik	1.a
Matej Prevc	1.d
Ambrož Bizjak	1.b
Veronika Hladnik	1.c
Gašper Šavs	1.e
Tilen Makovec	1.b
Anja Kavčič	1.f
Jože Rahne	1.c
Miha Gerbec	1.a
Tanja Hribar	1.c
Laura Bradač	1.a
Lara Štajdohar	1.b
Gašper Brus	1.a
Luka Sterle	1.e
Anita Treven	1.d
Živa Kocjančič	1.f

Vesna Ahlin	2.c
Blaž Gerbec	2.f
Tomaž Hočevar	2.b
Aleš Svete	2.b
Janez Šemrov	2.a
Katarina Bevec	2.b
Tomislav Luetić	2.a
Vesna Červek	2.b
Gašper Trček	2.a
Lučka Kuhar	2.b
Uroš Javornik	2.d
Jon Leskovec	2.b
Damjan Truden	2.b
Franci Golob	2.a
Živa Jerina	2.b

Anja Petek	2.c
Marko Kavčič	2.a

Gašper Zadnik	3.b
Robert Bevec	3.b
Žiga Urlep	3.b
Lojze Gačnik	3.a
Martin Breskvar	3.e
Tjaša Furlan	3.a
Tim Uršič	3.b
Anja Brezavšček	3.e
Blaž Debevec	3.a
Katarina Starkl	3.a
Barbara Janžič	3.e
Matic Gerbec	3.f
Maruša Conič	3.e
Anton Tomšič	3.c
Matjaž Gerbec	3.a
Aljaž Rajič	3.b
Aleksander Kranjc	3.b

Jan Rakuš	4.b
Maruša Škrjanec Pušenjak	4.a
Nace Mikuš	4.a
Sašo Veber	4.a
Martin Zalar	4.b
Matevž Novak	4.b
Alen Mlekuž	4.b
Teja Peklaj	4.a
Bor Kraljič	4.b
Blaž Petkovšek	4.f
Andreja Lončar	4.d
Anže Pečar	4.a
Dejan Erjavec	4.d
Anja Bukovec	4.f

IZBIRNO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE (30. 3. 2005)

Vseh tekmovalcev na šoli je bilo 78.

Srebrno priznanje so prejeli:

1. letnik

1. Eva Turšič, 1.e
2. Tatjana Per, 1.e
3. Ambrož Bizjak, 1.b
4. Domen Blenkuš, 1.d
4. Jože Rahne, 1.c
4. Luka Sterle, 1.e
4. Anita Treven, 1.d
8. Klemen Hrovat, 1.d
8. Zorica Latinović, 1.a
10. Veronika Hladnik, 1.c
10. Matej Prevc, 1.d
10. Anže Trček, 1.b

2. letnik

1. Tomaž Hočevar, 2.b
2. Urška Kosec, 2.a
3. Aleš Svete, 2.b
3. Gašper Trček, 2.a
5. Marko Kavčič, 2.a
5. Jon Leskovec, 2.b

3. letnik

1. Gašper Zadnik, 3.b
2. Marta Treven, 3.g
3. Jasna Glažar, 3.d
4. Matjaž Gerbec, 3.a
4. Urška Šušteršič, 3.g

4. letnik

1. Tina Lenče, 4.f
2. Nace Mikuš, 4.a

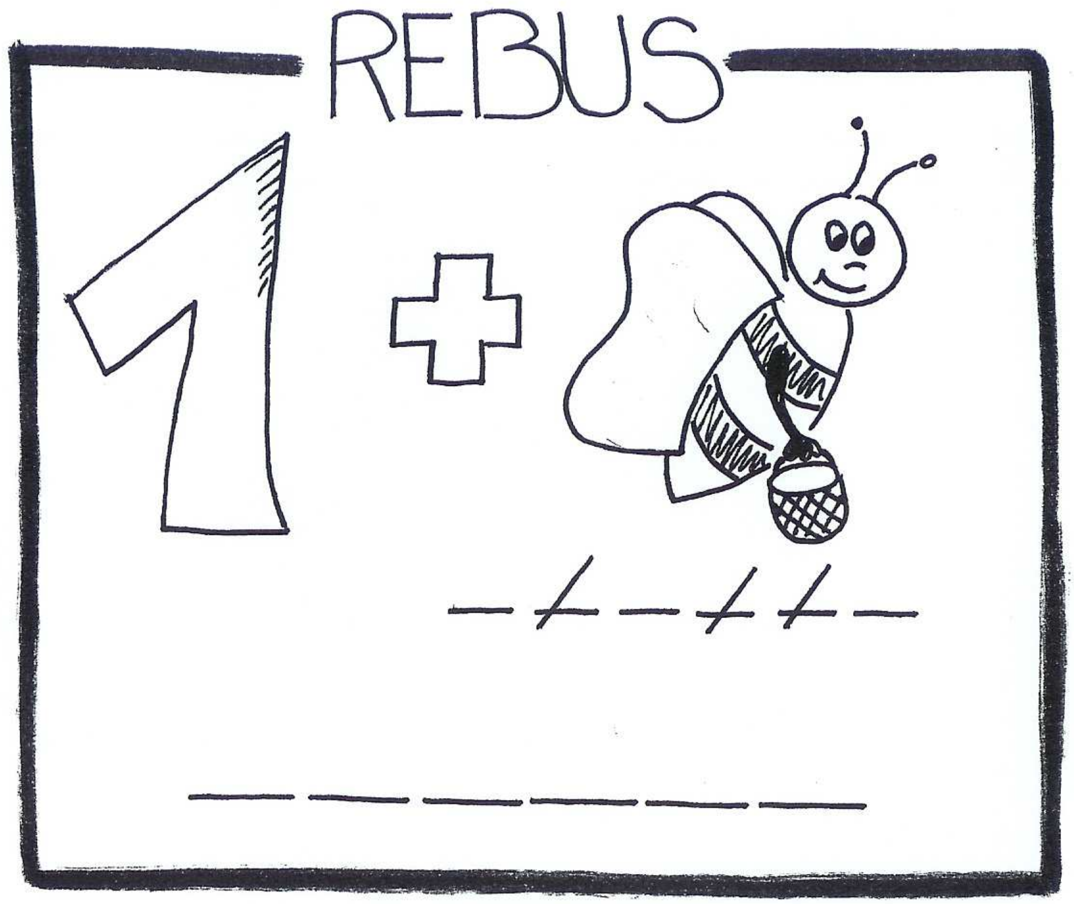
DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE (16. 4. 2005)

Na državno tekmovanje iz matematike so se uvrstili:

1. Eva Turšič, 1.e
2. Tatjana Per, 1.e
3. Tomaž Hočevar, 2.b
4. Gašper Zadnik, 3.b
5. Marta Treven, 3.g

Zlato priznanje so prejeli:

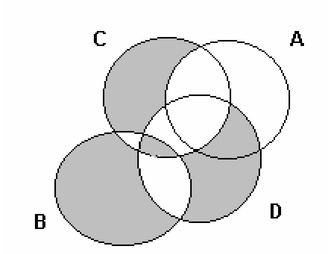
Eva Turšič
Tomaž Hočevar (2. mesto – 2. nagrada)
Gašper Zadnik (1. mesto – 1. nagrada)



PISNE NALOGE - 1. letnik - šolsko leto 2003/04

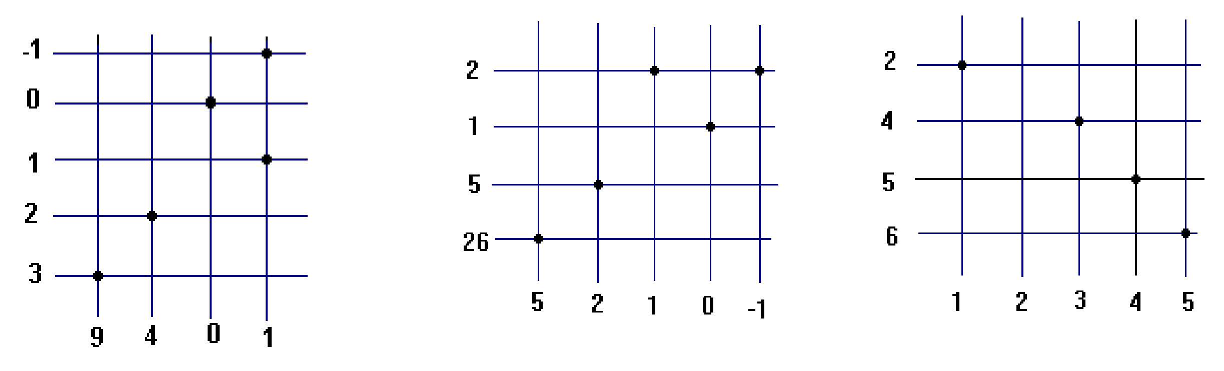
◊ ◊ ◊

1. Z matematičnimi simboli zapiši označeno množico:



2. Napiši pravilnostno tabelo za izjavo: $\neg(A \vee (B \Rightarrow \neg A)) \wedge (\neg A \Leftrightarrow B)$

3. Na sliki so trije grafi. Izberi graf surjektivne preslikave in za izbrano preslikavo nariši puščični diagram in zapiši predpis.



4. Naj bo univerzalna množica $U = \mathbb{N}_{10}$ ter množici $A = \{2x - 1;\ 1 \le x \le 4 \wedge x \in \mathbb{N}\}$ in $B = \{x^2 + 3;\ x = 3 \vee x = 2\}$. Zapiši z elementi množice A, B, $A - B$, $B \cap A^c$, $B \times A$.

5. Definiraj naslednje matematične pojme: podmnožica, preslikava, komplement.

6. Med elemente množice $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ vpeljemo relacijo : $a\mathrm{R}b \Leftrightarrow a + b > 0$. Nariši graf relacije ter ugotovi katerim lastnostim ustreza. Odgovore utemelji.

7. a) Izračunaj vrednost izraza $3(4+2(7+(5+6)\cdot 2)+3)$.
   b) Izraz $abc + abd + 2c + 2d$ zapiši tako, da bo kar najmanj operacij.

◊ ◊ ◊

1. Izračunaj po formulah:

   $(5x^3y^2 - 8z^5)^2 =$

   $(3a^3 + 2b)^3 =$

   $(4x - y^2 + 6xy)^2 =$

2. Izračunaj:

   $(2x^3y^5z^4)^4(-3x^2y^4z^2)^3 =$

   $-3 + 5\cdot((-4)\cdot(+2) - (-3)\cdot 2 + 2)\cdot(3-7) =$

   $(-a^xb^{3x})^2\cdot(a^3b^4)^x =$

3. Razstavi dane izraze (čim bolj se da) :

   $81a^4 - 16b^4 =$

   $125x^3 - y^6 =$

   $a^4 + a^3 - 2a^2 =$

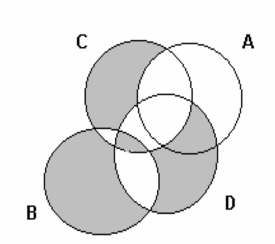
   $x^2 - 4xy - 21y^2 =$

   $2a^4 + 24a^2 + 72 =$

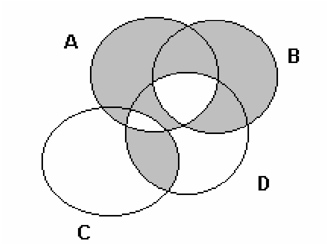
   $a^2x^3 + a^2y^3 - 4x^3 - 4y^3 =$

4. Izrazi obarvani del z množicami *A*, *B*, *C* in *D*.

a)

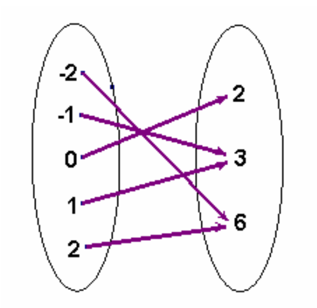


b)

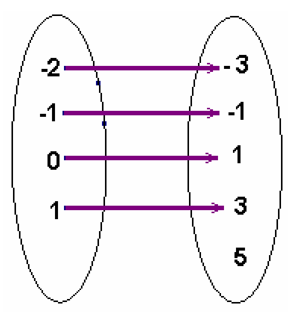


5. Kaj predstavljata sliki? Zapiši natančen odgovor in ga utemelji.

a)



b)



6. Dane so izjave: $A: (a < b) \Rightarrow (a - b > 0)$, $B: (a > b) \wedge (b > c) \Rightarrow (a > c)$ in $C: (a+b)^3 = a^3 + b^3$. Ugotovi pravilnost oz. nepravilnost posameznih izjav in sestavljene izjave $\neg C \wedge (\neg A \Rightarrow \neg B)$.

◊ ◊ ◊

1. Dokaži: $(2x - y) \mid (14xy^2 - 10x^3 + 5x^2y - 7y^3)$
   $(m - 3) \mid (m^4 - 13m^2 + 36)$
   $(x + 1 - y) \mid (x^2 - 1 - xy + y)$
   $42 \mid (7k^3 + 21k^2 + 14k)$, kjer je k naravno število.
   $6 \mid (3^7 + 4\ 3^{10} + 3^9)$

2. Poišči največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik izrazov:
   $ax - bx - a^2 + 2ab - b^2$, $xa^3 - xb^3$, $a^3 - ab^2 - a^2b + b^3$.

3. Določi x in y, da bo število $3x2085y$ deljivo s 15.

4. Z Evklidovim algoritmom poišči največji skupni delitelj števil 656 in 1107.

5. Zapiši kriterije za deljivost naravnega števila s 4, 9 in 1000 in eno pravilo dokaži.

6. Zapiši osnovni izrek o deljenju.

◊ ◊ ◊

1. Natančno izračunaj $\left((3-\sqrt{3})^3-(3\sqrt{3}-5)^2\right)\cdot 1.41\overline{6}=$

2. Cena pletenega puloverja je 12.000 SIT. Na zimskih razprodajah so ga pocenili za 20%, nato pa še za 30%. Po končanih razprodajah so ga podražili za 5%. Kakšna je bila končna cena in kolikšna je bila skupna podražitev/pocenitev? Rezultati naj bodo točni.

3. Poenostavi: $\left((u-4)(u-2)^{-1}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{10}{u^2-9}:\frac{2-u}{u-3}+\frac{1+u^{-1}}{1+3u^{-1}}\right)=$

4. Poenostavi: $\left(\frac{3y^2}{-(x+y)^0x^{-2}}\right)^{-2}\cdot\frac{(-3b^{-2})^{-3}}{\left((-3)^{-1}x^2y^{-2}\right)^3}\cdot\frac{3^{2x-1}+2\cdot 3^{2x-3}-2\cdot 3^{2x-2}}{3^{2x-5}+3^{2x-3}}=$

5. Določi z Evklidovim algoritmom $D(3600,2520)$ in $v(3600,2520)$.

◊ ◊ ◊

1. Reši enačbo: $|3x + 6| + |2 - x| = 4$

2. V koordinatnem sistemu nariši množico točk, ki ustreza danim pogojem: $(x \leq 3) \wedge (1 < y < 4)$

3. V ravnini so dane točke $A(-4,7)$, $B(3,4)$ in $C(x,2)$. Določi x tako, da bodo točke A, B, C kolinearne.

4. V vseh treh oblikah zapiši enačbo premice, ki gre skozi točki $A(-4, 1)$ in $B(2, -3)$.

5. Nariši funkcijo $y = |-2x + 1| + 3$

6. Izpelji formulo za razdaljo dveh točk v ravnini ter zapiši njene lastnosti z besedami in simboli.

7. Kaj je snop in kaj šop premic?
   Zapiši družino vseh tistih premic v ravnini, ki ne sekajo premice $y = -2x + 3$.
   Zapiši družino vseh tistih premic v ravnini, ki potekajo skozi točko P(0,3).

◊ ◊ ◊

1. Obravnavaj in reši neenačbo: $\mathrm{x}(5 + 2\mathrm{a}) - 6 \geq (\mathrm{a} + 1)(3\mathrm{x} - \mathrm{a})$

2. Določi število a tako, da bo točka T(3, –5) ležala na premici $a(x+1) + 2x + 1 = y(1 - 2a)$ in enačbo premice zapiši v vseh treh oblikah.

3. Reši sistem enačb $3x - y - 5 = 0$ in $x + 2y + 3 = 0$ računsko in grafično.

4. Reši enačbo: $(x-5)(x+2) = (x-4)(x+1) - (x-6)(x-1)$.

5. Definiraj pojma konveksna množica in polni kot.

6. Krožnica ima polmer 5 cm. Točka A je oddaljena od njenega središča 2 cm. Nariši krožnico, ki gre skozi točko A in se dotika dane krožnice. Izračunaj polmer te krožnice! Koliko rešitev ima naloga?

PISNE NALOGE - 2. letnik - šolsko leto 2003/04

◊ ◊ ◊

1. Okrog kvadrata s stranico 10 cm očrtamo enakokraki trikotnik z višino na osnovnico 14 cm, tako da stranica kvadrata leži na osnovnici trikotnika. Izračunaj osnovnico trikotnika.

2. Brez kalkulatorja izračunaj sin *x* in cos *x* , če je ctg *x* = 4 in je *x* oster kot. Dokaži zvezi, ki si ju uporabil.

3. Pravokotnemu trikotniku s katetama *a* = 3 cm in *b* = 5 cm je včrtan kvadrat, tako da je eno oglišče kvadrata v vrhu pravega kota, nasprotno oglišče pa na hipotenuzi. Izračunaj stranico kvadrata.

4. Razreši enakokraki trikotnik, če je *b* = 4,8 cm in v_b = 3,6 cm (izračunaj c, α, γ).
   Računaj na dve decimalni mesti natančno.

5. Dana je kocka *ABCDEFGH* (oglišče *E* je nad ogliščem *A*) . Točka *X* deli rob *AD* v razmerju 1 : 1 , točka *Y* pa rob *CG* v razmerju 2 : 1 . Z vektorji $\vec{a} = A\vec{B},\ \vec{b} = A\vec{D}$ in $\vec{c} = A\vec{E}$ zapiši vektorje $B\vec{H}, A\vec{Y}, B\vec{X}, Y\vec{X}, E\vec{Y}$.

* Dodatna naloga: $\sqrt{5}$ konstruiraj na tri možne načine. Katere izreke si uporabil ?

◊ ◊ ◊

1. Definiraj skalarni produkt dveh vektorjev in navedi lastnosti te operacije (z besedami in simboli.).

2. Dolžina vektorjev $\vec{x}$ in $\vec{y}$ je 2. Kot med njima meri 60^0. Izračunaj
   a) $|2\vec{x} + \vec{y}|$,
   b) kot med vektorjema $\vec{y}$ in $2\vec{x} + \vec{y}$.

3. Dane so točke *A*(2,2), *B*(0,4) in *C*(-4,0). Točka *S* je središče daljice *AB*, točka *M* pa deli daljico *BC* v razmerju $|BC| : |CM| = 3:1$. Izračunaj
   a) $\vec{r}_M$,
   b) kot med vektorjema $\overrightarrow{SC}$ in $\overrightarrow{SA}$.

4. Določi m tako, da bosta vektorja $\vec{a} = (3m - 4, m, 2)$ in $\vec{b} = -2\vec{i} - \frac{10}{3}\vec{j} - 4\vec{k}$
   a) pravokotna,
   b) kolinearna.

◊ ◊ ◊

1. Dan je trikotnik z oglišči $A(-1, 0, 2)$, $B(3, 2, -1)$ in $C(2, 1, 4)$. Izračunaj kot α .

2. Okrajšaj ulomek: $\dfrac{x^n-5x^{n-1}}{x^n-10x^{n-1}+25x^{n-2}}$

3. Izračunaj:

   a) $\sqrt[3]{\dfrac{x^4y}{x^{-2}\sqrt{y^5}}}\left(x^{-2}\sqrt[4]{x^{-6}y}\right)^2 \div \sqrt{x^{-7}\sqrt{x^{-6}}} =$

   b) $9^{\frac{3}{2}}\cdot 8^{\frac{-1}{3}}-\sqrt{16^{\frac{5}{4}}-7} =$

   c) $\dfrac{2}{3-\sqrt{7}}-\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}+(2-\sqrt{2})\sqrt{4\sqrt{2}+6} =$

4. Izračunaj: $\dfrac{6-4i}{1-i}+3i^{27}-\overline{(3+4i)}(3+4i)+|4+3i|+(2i-5)(3+i)=$

5. Reši enačbo: $z - |z|^2 = 2 + i$

◊ ◊ ◊

1. Oglišča trikotnika ABC so: $A(1,-1,2)$, $B(-2,0,3)$ in $C(0, 0, 1)$. Izračunaj kot CAS, če je S središče daljice BC.

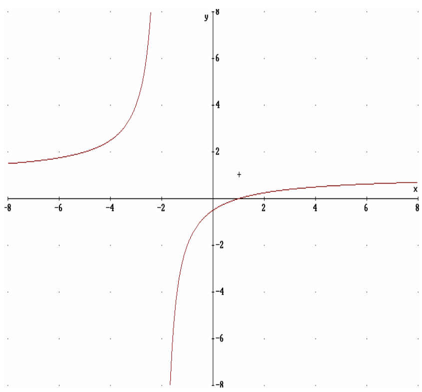
2. Poenostavi izraz: $\sqrt{\dfrac{a^4b^{-2}}{a^{-1}\sqrt{b^3}}}\cdot\sqrt[3]{a^{-1}\sqrt[4]{a^2\sqrt{b^{-6}}}} : \left(\sqrt[6]{ab^{-2}}\right)^4$

3. Reši enačbo: $\sqrt{x^2+2x+4}-x=-3$

4. Izračunaj: $\left|\sqrt{6}-i\sqrt{3}\right| + (1-i)^6-i^{115}-\dfrac{2+3i}{1+i}-\overline{2i+\left|1+i\sqrt{3}\right|}$

5. Dano je kompleksno število z_1=2+i. Določi kompleksno število $z = a+bi$, da bo $\mathrm{Re}\{\bar{z}\cdot z\}=1,\ \mathrm{Im}\{\dfrac{z}{z_1}\}=-\dfrac{3}{5}$.

6. Določi lastnosti funkcije $f(x)$, če je dan njen graf:



◊ ◊ ◊

1. Reši enačbo: $(x-2)^2-3(x-3)(x+1)=13-(2x-1)(2x+1)$

2. Določi tisto kvadratno funkcijo iz družine $f(x)=(m-4)x^2+(3m+2)x-6$, ki doseže največjo vrednost pri $x = 2$. Zapiši jo v vseh treh oblikah in nariši njen graf .

3. Nariši graf funkcije $f(x)=\sqrt{x+1}-2$ in zapiši njene lastnosti.

4. Vsota kvadratov treh zaporednih celih števil je 110. Izračunaj ta števila.

5. Določi realno število a tako, da bo imela enačba $a(x^2+x+1)=x^2-4x-7$ dve enaki rešitvi.

◊ ◊ ◊

1. Reši enačbo: a) $\log_x(11x-10)=2$ b) $3^{x+2}=4$

2. Reši enačbo: $4^{x+3}-13\cdot 4^{x+1}=2^{3x-1}-2^{3x-3}$

3. Reši enačbo: $\log(x-9)+2\log\sqrt{2x-1}=2$

4. Nariši graf funkcije $f(x)=-\log_2(x+1)+2$ in zapišinjene lastnosti . Izračunaj začetno vrednost in ničlo funkcije.

5. Izračunaj brez kalkulatorja: $\log_4 48-\log_2\sqrt{3}=$

6. Reši sistem neenačb: $(x^2\leq 4x-3)\wedge(x^2>4)$.

PISNE NALOGE - 3. letnik - šolsko leto 2003/04

◊ ◊ ◊

1. V paralelogramu merita stranici 5 cm in 6 cm, ena diagonala pa 8 cm. Izračunaj kote in ploščino paralelograma na 4 mesta natančno.

2. Osnovna ploskev prizme je trikotnik s stranicami 29 cm, 8 cm in 35 cm. Volumen prizme je 252 cm^3. Natančno izračunaj višino prizme in volumen prizmi očrtanega valja.

3. Izsek kroga s polmerom 68^0 zvij v plašč stožca. Na dve decimalki natančno izračunaj polmer stožca in na minuto natančno naklonski kot stranice proti osnovni ploskvi.

4. Enakokraki trikotnik z osnovnico 8 cm in krakom 5 cm zavrti okoli simetrale kota γ za 180^0. Natančno izračunaj volumen in površino vrtenine.

5. Opiši prizmo in naštej ter opiši posebne primere. Ploščino pravilnega *n*-kotnika izrazi s polmerom očrtanega kroga.

◊ ◊ ◊

1. Pravilna 3-strana piramida ima višino 3 dm in naklonski kot med osnovno in stransko ploskvijo 25^0. Izračunaj površino in prostornino piramide.

2. Pravilna 10-strana prizma ima višino petkrat večjo od osnovnega roba *a*. Polmer očrtanega kroga osnovne ploskve meri 2 cm. Prizmi očrtamo valj. Izračunaj površino in prostornino obeh teles.

3. Brez uporabe kalkulatorja izračunaj vrednost izraza:
$$\frac{tg\frac{45\pi}{4}+\sin\left(-1350^\circ\right)}{ctg\left(-\frac{77\pi}{6}\right)-\cos^2 870^\circ+2\cdot\sin 2040^\circ}=$$

4. Natančno izračunaj co*s2x,* $\sin\frac{x}{2}$ in $tg(x-\frac{\pi}{4})$, če veš, da je $\cos x=\frac{2}{5}$ in $270^\circ \le x \le 360^\circ$.

5. Faktoriziraj izraz: $\frac{\cos^2(x)-\frac{3}{4}}{2\sin(2x)+\sqrt{3}}=$

◊ ◊ ◊

1. Nariši graf funkcije $y = 3\cos(2x\text{-}\pi/2) + 1$ in zapiši njene lastnosti.

2. Brez kalkulatorja izračunaj sin $2x$, sin $x/2$ in tg$2x$, če je cos $x = 1/3$ in $3\pi/2 < x < 2\pi$.

3. Poenostavi izraz: $\text{ctg}^2 x - ((1\text{-}\sin x)(1+\sin x))/((1+\cos x)(1\text{-}\cos x)) + (\text{tg}x+\text{ctg}x)(1+\text{tg}^2 x)^{-1}\text{tg}x =$

4. Definiraj funkcijo $y = \text{tg}x$ in zapiši vse njene lastnosti. Določi D_f, Z_f, ničle in pole funkcije $y = |\text{tg}(3x\text{-}\pi)|$ ter skiciraj njen graf.

5. Izračunaj vrednost izraza: $\sin(x+4\pi/3) + \sin x + \sin(x\text{-}4\pi/3) =$

◊ ◊ ◊

1. Reši enačbo: $1 + 3\sin 2x + 4\cos^2 x = 0$.

2. Zapiši polinom četrte stopnje z realnimi koeficienti, če je $p(-1) = 2$ in poznaš ničle 2 – i, 2 in –2.

3. Reši enačbo: $2\cos^3 x + 7\sin^2 x + 4\cos x = 3$.

4. Zapiši vsa števila, ki bi lahko bila racionalne ničle polinoma $p(x) = 3x^4 - 10x^3 + 3x^2 + 12x -$ Določi vse njegove ničle in nariši graf tega polinoma. Zapiši rešitve neenačbe $p(x) \geq 0$.

5. Izračunaj presečišče in kot med premicama $5x + 6y - 2 = 0$ in $2x - 3y - 17 = 0$ na minuto natančno.

◊ ◊ ◊

1. Nariši graf funkcije $f(x)=\frac{2x^2+10x-12}{4x^2-4}$. Za katere x so vrednosti funkcije manjše od $\frac{1}{2}$?

2. Nariši graf funkcije $f(x)=\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^3-2x^2+x-2}$.

3. Dana je krožnica z enačbo $x^2+y^2-6x+2y+5=0$. Izračunaj dolžino tetive, ki jo krožnica odreže na premici $-2x+y+3=0$. Izračunaj središče in polmer krožnice in središčni kot, ki pripada tetivi.

4. Poišči realne ničle polinoma $p(x)$ = $2x^3-9x^2+7x+6$. Nariši graf polinoma .

5. Zapiši enačbo krožnice, katere premer določata točki $A(-3,-2)$ in $B(5,4)$. Z ravnilom in šestilom konstruiraj krožnico v koordinatnem sistemu.

◊ ◊ ◊

1. Dani sta krožnica $x^2 + y^2 - x + y = 0$ in premica $y = 2x - 1$. Določi medsebojno lego krožnice in premice. Izračunaj presečišča, če so.

2. Ugotovi, kaj predstavlja množica točk: $y^2 + 4y - 3x + 7 = 0$. Nariši sliko in zapiši koordinati gorišča.

3. Zapiši nekaj členov zaporedja s splošnim členom $a_n=\frac{4n+1}{6n-1}$, razišči lastnosti in eno ugotovitev tudi dokaži.

4. Določi x tako, da bo zaporedje $3x-4$, x^2, $6x+15$, … aritmetično.

5. Nariši graf funkcije $f(x)=\frac{3x^2-x-10}{x^2-1}$ in zapiši vse x – e, za katere je funkcija pozitivna.

6. V geometrijskem zaporedju je prvi člen $\frac{32}{81}$, šesti pa - 3. Izračunaj količnik in vsoto prvih štirih členov.

PISNE NALOGE - 4. letnik - šolsko leto 2003/04

◊ ◊ ◊

1. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{4n+1}{6n-1}$.
   a) Ali je zaporedje naraščajoče/padajoče. Odgovor računsko utemelji.
   b) Izračunaj limito zaporedja. Zapiši vse korake.
   c) Izračunaj, od katerega člena dalje so vsi členi zaporedja v ε-okolici limite, če je $\varepsilon = \frac{1}{3}$.

2. Izračunaj limiti zaporedja: a) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n+1}{3n-1}\right)^{3n}$ b) $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-n+2\right)$

3. a) Za kakšen *x* je zaporedje *x*-2, *x*, *x*+6 geometrijsko zaporedje. Zapiši splošni člen tega zaporedja.
   b) Od katerega člena dalje so vrednosti členov večje od 10000?

4. Dana je vrsta $\frac{1}{x}+1+x+x^2+...$
   a) Za katera realna števila x je vrsta konvergentna ?
   b) Reši enačbo: $\frac{1}{x}+1+x+x^2+...=-\frac{4}{3}$.

5. Kdaj je zaporedje aritmetično? Zapiši splošni člen aritmetičnega zaporedja in obrazec za vsoto prvih n-členov aritmetičnega zaporedja. Oba obrazca opiši. Kako izračunamo aritmetično sredino števil a in b?

◊ ◊ ◊

1. Reši enačbo: $V_x^2 = C_{x+1}^{x-1} + 9$
2. Zapiši četrti člen razvoja $\left(2x - \sqrt[4]{x}\right)^5$.

3. Na koliko načinov lahko izmed 4 deklet in 3 fantov izberemo 3-člansko delegacijo, če je v njej
   a) 1 dekle in 2 fanta;
   b) vsaj en fant?

4. Iz cifer 1, 2, 4, 6, 7, 9 sestavljamo štirimestna števila.
   a) Koliko lihih števil lahko sestavimo, če se cifre lahko ponavljajo?
   b) Koliko števil je večjih od 4000, če se cifre ne ponavljajo?

5. Vržemo običajno igralno kocko. Izračunaj verjetnost dogodkov:
   A – pade več kot 3 pike;
   B – število pik je liho ali večje od 3;
   C – ni padla 5.

6. Na petih listkih so zapisane številke 1, 2, 3, 4 in 5. Na slepo vzamemo tri listke in jih položimo od leve proti desni. Izračunaj verjetnost dogodka, da bo trimestno število, ki pri tem nastane, liho.

7. Izračunaj vsoto vrste $\frac{2}{8}+\frac{2}{8^3}+\frac{2}{8^5}+...=$

   Odgovore pri nalogah 3, 4, 5 in 6 utemelji.

◊ ◊ ◊

1. Dane so točke *A*(-2,-3) , *B*(3,-1) in *C*(1,5). Izračunaj kot pri oglišču *B* trikotnika *ABC* in zapiši enačbo nosilke višine na stranico *a* .

2. Določi *x* tako, da bodo števila x , $x^2 + 1$, x^3 oblikovala aritmetično zaporedje. Zapiši zaporedje in določi d.

3. Nariši graf racionalne funkcije $f(x)=\frac{3x^2+6x+3}{9-x^2}$.

4. Določi ploščino lika, ki ga določajo središče krožnice $x^2+y^2-4x+2y+3=0$ in presečišče krožnice s koordinatnimi osmi.

5. Določi a tako, da bo imela enačba $(a+1)x^2-2(a-1)x+2a+1=0$ dve različni realni rešitvi.

6. Iz družine parabol $y=x^2+ax$ izberi tiste parabole, ki se dotikajo premice $y=2x-4$.

7. Učenec med 10 vprašanji obvlada 7 vprašanj. Kolikšna je verjetnost, da bo na listku s petimi vprašanji dobil štiri vprašanja, ki jih obvlada, in eno tako, ki ga ne?

8. Zapiši polinom tretje stopnje z realnimi koeficienti, če ima ničli $x_1 = -2$ in $x_2 = i$, njegov graf pa seka ordinatno os v točki *T*(0,- 2). Polinom zapiši v splošni obliki.

9. Reši enačbo: $|2x|-x=4-|x+5|$

10. Nariši množico točk v ravnini, ki ustreza pogoju:
    $(x\cdot y\le 0)\wedge(x^2+y^2\ge 4)\wedge(y>-x)$

11. Kaj je kvadratna funkcija? Kaj je njeno definicijsko območje? Naštej tri najpogostejše oblike zapisa kvadratne funkcije in opiši pomen posameznih konstant.

12. Kdaj sta dve množici enaki? Kaj je podmnožica? Kaj je unija in kaj presek množic?

◊ ◊ ◊

1. Napiši geometrijsko definicijo hiperbole in zapiši enačbo hiperbole v središčni legi. Opiši geometrijski pomen polosi in asimptot.

2. Iz kompleta 32 kart slučajno izberemo 5 kart. Kolikšna je verjetnost:
   a) da je med njimi največ ena kara,
   b) da sta med njimi natanko dva kralja in natanko ena dama.

3. Zapiši enačbo premice, ki poteka skozi točki $A\left(2,\frac{5}{2}\right)$ in $B(-1,-2)$ v vseh treh oblikah.

4. Določi vsa realna števila a, za katera ima enačba $3x^2+2x+16=a-2ax$ dve različni rešitvi.

5. Reši enačbo: $\log_3 x = 3-\log_3(2x-3)$.

6. Določi presečišča med krivuljama $y=-3x^{-2}$ in $y=3x$ računsko in grafično.

◊ ◊ ◊

1. Določi enačbo tangente na graf funkcije $f(x)=x^2-3x$ v točki $T(-2\ ,\ y)$. Odvod izračunaj po definiciji.

2. Določi enačbo normale na graf funkcije $f(x)=\frac{x-1}{x^2-4}$ v presečišču z abscisno osjo in določi kot med krivuljo in abscisno osjo. Nariši graf.

3. Odvajaj funkcije: $y=\arcsin\frac{1+x}{1-x}$; $y=2x\sqrt[3]{x^{-1}}-\sqrt{1-2x}$; $y=e^{-2x}\sin 3x$.

4. Določi kot med krivuljama $y=x^{-2}$ in $y=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}$. Nariši sliko.

5. Izračunaj odvod funkcije $f(x)=\ln\frac{x+\sin x}{\cos x}$ v točki $T(2\pi,\ y)$.

6. Določi enačbo:
   a) logaritemske funkcije, če gre njen graf skozi točko $A(9,-2)$,
   b) krožnice s središčem $S(-2,3)$, ki se dotika premice $4x+3y-2=0$.
   Nariši logaritemsko funkcijo in krožnico.

7. Reši enačbo: $6\sin^2 x+3\sin x\cos x-5\cos^2 x=2$

8. Za katere m je funkcija $y=(m+1)\,x^2+2(m-1)\,x+4m+1$ negativna za vsak x? Izberi m iz množice rešitev in nariši graf.

9. Navedi odvode funkcij : e^x; ctg x; $k\,f(x)$, $k\in R$; $(g(f(x))$. Izpelji pravilo za odvod $k\,f(x)$.

10. Napiši vse, kar veš o hiperboli in paraboli.

◊ ◊ ◊

1. Odvajaj: a) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ b) $y = e^x \cos x$

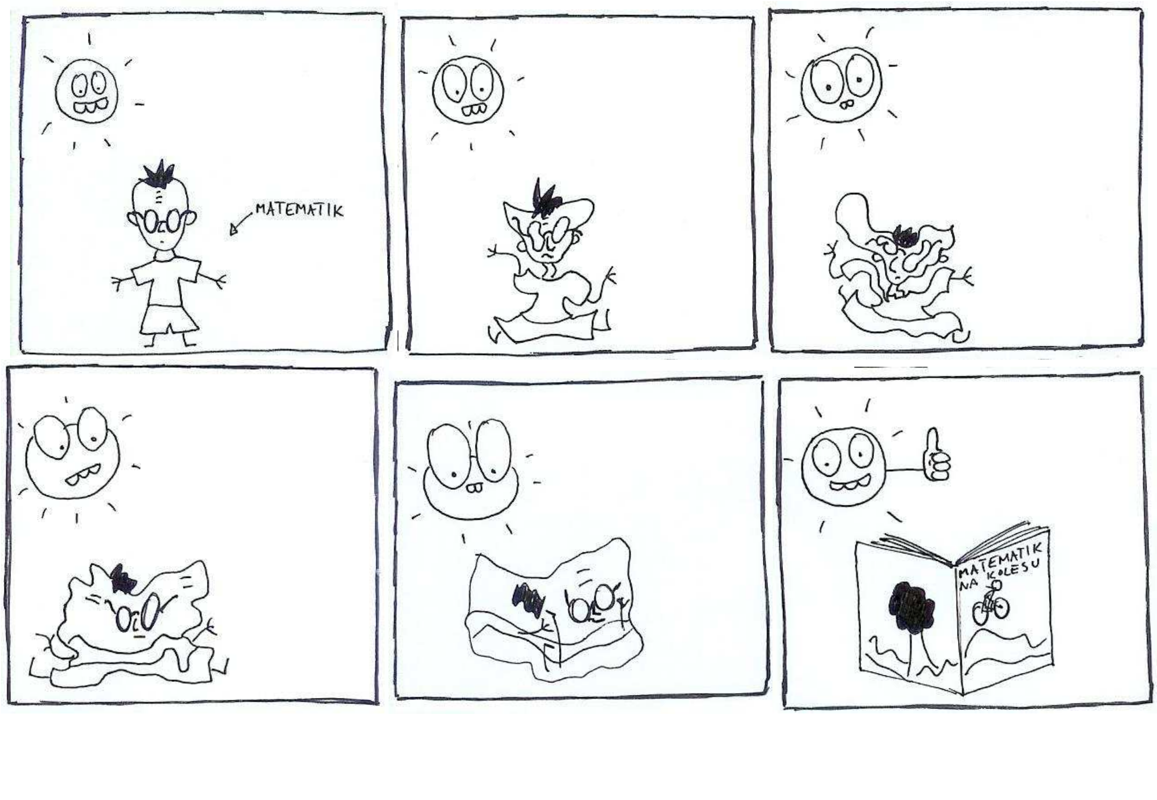
2. Integriraj funkcije: a) $\int \frac{x^4 - \sqrt[3]{x} + x}{x^2} dx$ b) $\int \frac{2x^2}{4 - 5x^3} dx$

3. Določi ničle, ekstreme, intervale naraščanja in padanja, funkcije $y = x^3 + 6x^2 + 9x$. Nariši graf funkcije.

4. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta funkciji $y = 3x - x^2$ in $y = x - 3$. Slika je obvezna.

IZHODNIK

Preden zaprete zadnjo stran najnovejše in najbolj kakovostne (verjetno celo edine) matematične revije na srednjih šolah letos, se ustavite še ob besedah, ki so zapisane na tej strani. Ne gre za nikakršno pridigo ali karanje, marveč za poziv. Za patriotski poziv Vičanom. Matematik na kolesu ponazarja novo dobo v svetu matematike. Je simbol matematikov povsod na svetu in zato je razvpita revija dosegla drastične meje. Bojimo se, da bi naslednje leto naši nasprotniki začeli veliko številkarsko pravdo v Sloveniji. Ker naša država zahteva obstoj konkurence na trgu, je potemtakem naša dolžnost, da prepustimo ostalim matematičnim revijam dostop do trgovanja. V drugih besedah, ne smemo vzdrževati monopola na trgu matematičnih revij. Tako se bo naslednje leto na več šolah pojavila matematična revija, ki bi poskušala biti podobna njenemu vzoru, to je seveda revija, katero nameravate čez par minut zapreti. K povečanju kvalitete naše matematične revije lahko seveda zelo doprinese kvantiteta Matematikov na kolesu. To bi pomenilo večje prispevanje člankov, vicev, stripov, skic in navsezadnje seveda tudi idej s strani občinstva, uredništvo pa vljudno vabi k sebi nove prostovoljce, ki bi uresničevali te ideje v prihodnjih številkah Matematika (na kolesu). To bi seveda pripomoglo tudi k razbremenitvi sedajšnjega tabora urednikov MNK, ki smo pošteno garali in bili nemalokrat prebičani za naše lenuharjenje (katerega seveda ni bilo veliko). Ker nas naši hrbti že pošteno bolijo, seveda na veliko pozivamo Vičane, ki bi radi videli maturitetne naloge in kontrolne višjih oziroma nižjih letnikov, k uredništvu. Dobite čokolade seveda. Torej za naslednje leto napovedujemo več člankov, več stripov, več slik, več zgodovine (hurej, naprej) in seveda več številk. Torej bo Matematik na kolesu dobil na naslovnici poleg Letnika: II tudi Številko: 1,2…? (Govorice se širijo tudi o alternativni matematični reviji, ki naj bi postavila temelje matematike na glavo in osmešila velike mislece od stare Grčije do modernega sveta in naj bi imela podobno vlogo kot jo ima Metrosex proti Vičwatchu. Pripravljala naj bi jo zlodeja Uršič in Kranjc iz enega izmed tretjih letnikov. Najhujše kar se lahko pripeti, je seveda bežigrajska matematična revija, ki bi bila velika opozicija na matematičnem trgu. A mi vemo, da smo boljši in smo prepričani v naš uspeh. Naj za vedno živi Matematik na kolesu in naj plamen čarobnega sveta matematike nikoli ne ugasne v Vičanu. Oziroma podobno kot se je nekoč glasil poziv v ameriško vojsko: Matematik na kolesu, ki se pazi volka na drevesu, želi Vas!



NAGRADNA IGRA

Že dalj časa je bilo po šolskih klopeh moč videti naloge s Sodom in Lihom. Sodo in Liho sta junaka, ki imata moč govoriti konstantno le eno, ali resnico ali laž. Čeprav Sodo s svojimi »blond« lasmi in nizko, bolj čokato postavo spominja na sod, vas moramo informirati, da ne spada vedno med plemena sodov. Sodi so namreč ljudstvo, ki živi na jugu otoka. Na severu otoka prebivajo pleme z imenom Lihi. Med Lihe pa ne spada vedno naš junak Liho (ki je od Soda višji in je v primerjavi z njim pravi dolgin), kljub temu pa se še vedno razume bolje z Lihi kot s Sodi. Dejstvo je tudi, da se Sodi Sodim nikoli ne lažejo. Le včasih, ko gre za krizno situacijo, popustijo njihovi čuti za resnico. Lihi pa Lihom vedno, nezavedno, ne za vedno govorijo resnico. Torej svojemu plemenu se ne lažejo. Kljub sumljivemu imenu plemena Sodov ne mislite, da si sode na tem otoku lastijo le Sodi. Tudi Lihi imajo lahko vsak po največ en sod, v katerem lahko hranijo svojo posodo. Otok Lihov in Sodov pa ima še to lastnost, da lahko spreminja svojo kemijsko vsebnost. Lahko ima v sebi zlato, srebro, platino ali pa plastiko. Na podlagi petih dejstev vsakega izmed junakov, ugotovi, kateri ne govori vedno neresnice, kdo si lasti sod z natanko eno posodo, kdo je Sod in kdo je Lih, kdo ni Lih, pa vendar drži z Lihi, kdo ima rad posodo in kdo vedno ve o vsebnosti otoka. Kakšna je ta vsebnost sedaj. Kdo raje krade in kdo laže (pomoč: tisti, ki krade ne laže).
Odgovore pošljite do najkasneje 15. 6. 2005 v »poseben« poštni nabiralnik. Kupon najdete nekje v reviji.

UREDNIŠTVO:
Glavni in skrajno neodgovorni urednik: Tim Uršič, 3.b
Ob strani mu stoji: Aleksander Kranjc, 3.b
Feministično stran dopolnjuje: Barbara Tvrdi, 3.b
Namen je imel sestaviti intervju: Aljaž Rajič, 3.b
Članke so prispevali vsi ostali zapisani, katerim se uredništvo klanja in se jim zahvaljuje.
Pri vseh haikujih je imel prste vmes: Dejan Kozjek, 3.b
Vse skupaj je lektorirala: Mirjam Šemrov, prof.
Za računalnikom je to gledal tudi: Marjan Gresl
Mentorica: Nives Mihelič Erbežnik, prof.
Vsi pa prihajajo z GIMNAZIJE VIČ